

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ имени Д.В. СКОБЕЛЬЦИНА

М.Н. Платонова

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ И ПРЕДЕЛОВ ПРИМЕНИМОСТИ
ДИФРАКЦИОННОЙ МОДЕЛИ ГЛАУБЕРА-СИТЕНКО НА ПРИМЕРЕ
СПИНОВЫХ НАБЛЮДАЕМЫХ УПРУГОГО pd РАССЕЯНИЯ

Препринт НИИЯФ МГУ № 2009-2/846

Москва, 2009 г.

УДК 539.171.016

М.Н. Платонова

e-mail: platonova@nucl-th.sinp.msu.ru

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ И ПРЕДЕЛОВ ПРИМЕНИМОСТИ
ДИФРАКЦИОННОЙ МОДЕЛИ ГЛАУБЕРА-СИТЕНКО НА ПРИМЕРЕ
СПИНОВЫХ НАБЛЮДАЕМЫХ УПРУГОГО pd РАССЕЯНИЯ**

Препринт НИИЯФ МГУ № 2009-2/846

Аннотация

Рассматриваются спин-зависящие наблюдаемые упругого pd рассеяния при промежуточных энергиях, рассчитанные в рамках обобщенной дифракционной модели. Обобщение включает в себя учет всех спиральных pp и pn амплитуд, построенных по данным современного фазового анализа, а также точных дейтронных волновых функций, выведенных из двух альтернативных моделей NN сил. Предсказания обобщенной дифракционной модели для дифференциальных сечений и анализирующих способностей сравниваются с результатами точных трехнуклонных расчетов, основанных на решении уравнений Фаддеева с теми же исходными NN амплитудами (на массовой поверхности), а также с последними экспериментальными данными. Найдено превосходное согласие между точной фаддеевской теорией и обобщенной дифракционной моделью в широком интервале углов рассеяния как для дифференциальных сечений, так и для векторных и тензорных анализирующих способностей.

M.N. Platonova

**INVESTIGATION OF ACCURACY AND VALIDITY RANGE OF
GLAUBER DIFFRACTION MODEL FOR SPIN OBSERVABLES IN
ELASTIC pd SCATTERING**

Preprint MSU SINP N 2009-2/846

Abstract

Spin-dependent observables in intermediate-energy pd elastic scattering within the framework of the generalized diffraction model are considered. The generalization includes an account of all pp and pn helicity amplitudes at respective energies constructed on the basis of modern PSA and accurate deuteron wave functions taken in two alternative NN force models. Predictions of the generalized diffraction model for differential cross section and analyzing powers are compared to the results of exact three-nucleon calculations based on solution of the Faddeev equations with the same on-shell NN input amplitudes, and also to the recent experimental data. An amazing agreement in a wide angular range between results of the exact Faddeev theory and generalized diffraction model not only for differential cross section but also for vector and tensor analyzing powers is found.

©М.Н. Платонова

©НИИЯФ МГУ, 2009, <http://www.sinp.msu.ru>

1 Введение. Мотивация работы

В последние годы в связи с активным изучением трехчастичных сил и ненуклонных (кварковых, дибарионных и др.) степеней свободы в ядрах сильно возрос интерес к простейшим ядерным реакциям и в особенности к их поляризационным характеристикам, поскольку такие процессы можно исследовать почти безмодельным образом, привлекая минимальное число свободных параметров. Примером служит упругое и неупругое $\vec{p} + \vec{d}$ рассеяние, в котором может содержаться ценная информация о новых, еще не исследованных механизмах в адронных процессах. Ввиду хорошей осведомленности о дейтронных волновых функциях и NN потенциалах (в рамках стандартных моделей), а также ввиду наличия богатого набора экспериментальных данных, вклад новых механизмов может быть сравнительно легко обнаружен и выделен именно в pd рассеянии. Тем не менее, даже в рамках лишь нуклонных степеней свободы к настоящему времени не создано количественной теории данного процесса при промежуточных и высоких энергиях.

Лишь в самое последнее время, в связи с интенсивным развитием вычислительной техники, стало возможным решать уравнения Фаддеева с реалистическими NN потенциалами при достаточно высоких энергиях падающей частицы ($T \sim 250$ МэВ, где T — кинетическая энергия частицы в лабораторной системе) [1, 2]. Продвижение в область более высоких энергий затруднено как по техническим, так и по физическим причинам, поскольку современные NN потенциалы (CD-Bonn, Nijmegen, AV18 и другие) не применимы для энергий $T > 350$ МэВ. Разработанная недавно техника прямого интегрирования уравнений Фаддеева без разложения по парциальным волнам [3] позволила произвести расчеты сечений Nd рассеяния до энергий $T = 2$ ГэВ, но пока только для трех скалярных частиц с модельным центральным взаимодействием. Однако, уже при энергиях протонов $T \sim 100$ МэВ даже для дифференциального сечения были выявлены расхождения результатов реалистических трехнуклонных расчетов при использовании только парных NN сил с экспериментальными данными для pd рассеяния при больших переданных импульсах (т.е. для больших углов рассеяния), причем эти расхождения увеличиваются с ростом энергии. Включение в расчет релятивистских эффектов и стандартных $3N$ сил, большинство из которых основано на механизме 2π -обмена с возбуждением промежуточной Δ -изобары, привело лишь к частичному восстановлению согласия с экспериментом, и существенные расхождения между результатами точных трехнуклонных расчетов и экспериментальными данными все еще остаются (см. [1, 2]).

Для полного понимания природы указанных расхождений необходимо иметь достаточно надежную теорию высокоэнергетического pd рассеяния. Классическим подходом в этой области является дифракционная модель Глаубера-Ситенко [4, 5], причем многие более сложные методы (см., например, [6, 7]), основанные на теории многократного рассеяния Ватсона [8], по сути являются усовершенствованными версиями этой исходной модели. Однако, при том, что большое внимание было уделено исследованию роли различных поправок к дифракционному приближению [9, 10], уровень точности предсказаний самой по себе глауберовской модели до сих пор плохо известен, особенно для поляризационных наблюдаемых.

Многочисленные попытки усовершенствования исходной дифракционной модели, не учитывающей целый ряд вроде бы важных эффектов, объяснялись, главным образом, стремлением расширить угловой интервал ее применимости. Однако теперь, имея в виду вышеуказанные расхождения уже точных трехчастичных расчетов с соответствующими экспериментальными данными, можно посмотреть на эту проблему с другой

стороны. Дело в том, что при высоких энергиях упругое pd рассеяние на большие углы в основном происходит на высокоимпульсных компонентах дейтронной волновой функции, и чтобы оно происходило с заметной вероятностью, соответствующие компоненты должны быть достаточно велики. Очевидно, что высокоимпульсные компоненты в дейтронных волновых функциях отвечают области весьма малых межнуклонных расстояний ($r_{NN} \lesssim 1$ Фм), где нуклоны уже заметно перекрываются и теряют свою индивидуальность. Поэтому фактически в таких случаях налетающая быстрая частица взаимодействует с дейтроном не как со слабо связанной системой двух нуклонов, а как с целым «компактным» объектом. Тот факт, что точный трехчастичный расчет существенно занижает экспериментально измеренное дифференциальное сечение при больших переданных импульсах, начиная уже с энергий $T \sim 200$ МэВ, и что с ростом энергии это расхождение также растет, ясно свидетельствует о недооценке роли высокоимпульсных компонент дейтронной волновой функции в традиционной модели NN сил. Следовательно, для адекватного описания pd рассеяния на большие углы требуется принципиально новый подход, и никакое уточнение модели Глаубера в рамках лишь нуклонных степеней свободы не позволит устранить расхождения теории и эксперимента. Поэтому целесообразно провести прямое сравнение предсказаний исходной дифракционной модели с результатами точных фаддеевских расчетов, учитывающих те же степени свободы и основанных на тех же исходных NN амплитудах, при тех энергиях, где оба подхода могут быть применены одновременно. Такое сравнение, проведенное не только для сечений, но и для целого ряда поляризационных наблюдаемых, более чувствительных к различным механизмам и сделанным приближениям, и будет наиболее показательным тестом применимости модели Глаубера. Настоящая работа посвящена как раз детальному исследованию пределов применимости дифракционной модели pd рассеяния, предварительно обобщенной для анализа спиновых наблюдаемых, путем сравнения с точными трехчастичными расчетами, а также последующему построению количественных предсказаний наблюдаемых на основе развитой модели.

2 Обобщенная дифракционная модель

Среди целого ряда дифракционных подходов к рассеянию высокоэнергичных частиц на ядрах, предложенных еще в 50-е годы прошлого века, особую популярность приобрела модель Глаубера-Ситенко, основанная на эйкональном приближении в теории рассеяния. Следует заметить, что первые работы, в которых обсуждалась дифракционная модель с использованием эйконального приближения, содержали лишь весьма схематичные вычисления, основанные на простейших моделях NN взаимодействия. Отчасти это было обусловлено желанием получить простые аналитические выражения, основной же причиной было отсутствие в то время достаточного набора данных по NN рассеянию. Неточность исходных данных естественно влекла за собой дополнительные не всегда обоснованные приближения и не позволяла в полной мере оценить ни применимость исходной модели, ни влияние различных поправок к ней. Позднее были предприняты попытки более точного описания NN взаимодействия в рамках дифракционной модели. В частности, спиновые эффекты в NN амплитудах и их влияние на дифференциальное сечение упругого pd рассеяния были исследованы в работах [11, 12, 13]. Вклад процесса двойной перезарядки, обусловленного изоспиновой зависимостью NN амплитуды, в амплитуду двукратного рассеяния был рассмотрен в [14, 15]. Наконец, в работах [16, 17] были проведены вычисления pd сечения с учетом D -волны дейтрона. Однако, в рамках

дифракционной модели так и не было произведено расчетов, включающих полную спиновую и изоспиновую структуру NN амплитуд *вместе* с D -волной дейтрона (это было сделано позднее уже в рамках более общей теории [6]). Такое обобщение необходимо для анализа различных спиновых наблюдаемых, хорошо изученных в последние годы в целом ряде экспериментов. Помимо этого, важно установить количественную степень точности дифракционной модели именно для спин-зависящих наблюдаемых.

2.1 Амплитуды и наблюдаемые

Для описания процесса упругого столкновения протона с дейтроном необходимо определить амплитуду рассеяния и выразить через нее дифференциальные сечения и спиновые наблюдаемые. Амплитуда в нашем случае будет оператором в спиновом пространстве налетающего протона и дейтрона, т.е. матрицей 6×6 . Из 36 матричных элементов различны только 12, причем различия между ними могут достигать порядка величины, поскольку в области промежуточных энергий для pd так же, как и для NN рассеяния, амплитуда, не зависящая от спинов, значительно превышает остальные (с однократным и двукратным переворотом спина). Поэтому спиновые наблюдаемые, содержащие интерференцию больших и малых амплитуд в качестве основного вклада, гораздо более чувствительны к тонким эффектам и экзотическим механизмам реакции, чем усредненное по поляризациям дифференциальное сечение, определяемое в основном квадратом модуля доминирующей амплитуды. Дифференциальное сечение упругого pd рассеяния связано с амплитудой следующим соотношением:

$$d\sigma/dt = \frac{1}{6} \text{Sp} (MM^+), \quad (1)$$

где t — квадрат переданного 4-импульса. Такая нормировка отличается от стандартной лоренц-инвариантным фактором $8\sqrt{\pi}I(s, m_p, m_d) \equiv 4\sqrt{\pi(s - (m_p + m_d)^2)(s - (m_p - m_d)^2)}$ (s — квадрат суммарного 4-импульса сталкивающихся частиц, m_p и m_d — массы протона и дейтрона) и выбрана, таким образом, чтобы не загромождать дальнейшие формулы дополнительными кинематическими факторами.

Приведем здесь также стандартные выражения для спиновых наблюдаемых, которые обсуждаются в данной работе, т.е. для анализирующих способностей. Протонные и дейтронные векторные (A_α^p и A_α^d), а также дейтронные тензорные ($A_{\alpha\beta}$) анализирующие способности определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} A_\alpha^p &= \text{Sp} (M\sigma_\alpha M^+) / \text{Sp} (MM^+), & A_\alpha^d &= \text{Sp} (MS_\alpha M^+) / \text{Sp} (MM^+), \\ A_{\alpha\beta} &= \text{Sp} (MS_{\alpha\beta} M^+) / \text{Sp} (MM^+), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\frac{1}{2}\sigma_\alpha$ и $S_\alpha = \frac{1}{2}(\sigma_{n\alpha} + \sigma_{p\alpha})$ — операторы спинов протона и дейтрона соответственно, $S_{\alpha\beta} = \frac{3}{2}(S_\alpha S_\beta + S_\beta S_\alpha) - 2\delta_{\alpha\beta}$ — квадрупольный оператор и $\alpha, \beta \in \{x, y, z\}$.

Амплитуда M может быть разложена по спиновым матрицам σ_α и S_α . Поскольку нас интересует связь pd и NN амплитуд, удобно проводить все разложения и вычисления в одной общей системе координат, например, в лабораторной. При этом мы везде будем иметь ввиду связь $t = -q^2$ (\mathbf{q} — переданный импульс), которая верна в с.ц.и. и приблизительно верна в лабораторной системе при малых q . После учета требований инвариантности относительно пространственных вращений и пространственно-временной

инверсии в разложении остается всего двенадцать независимых амплитуд:

$$\begin{aligned}
M(\mathbf{p}, \mathbf{q}; \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{S}) = & (A_1 + A_2 (\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{n})) + (A_3 + A_4 (\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{n})) (\mathbf{S} \cdot \hat{q})^2 + (A_5 + A_6 (\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{n})) (\mathbf{S} \cdot \hat{n})^2 \\
& + A_7 (\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{k}) (\mathbf{S} \cdot \hat{k}) + A_8 (\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{q}) \{ (\mathbf{S} \cdot \hat{q}), (\mathbf{S} \cdot \hat{n}) \} + (A_9 + A_{10} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{n})) (\mathbf{S} \cdot \hat{n}) \\
& + A_{11} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{q}) (\mathbf{S} \cdot \hat{q}) + A_{12} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{k}) \{ (\mathbf{S} \cdot \hat{k}), (\mathbf{S} \cdot \hat{n}) \}, \tag{3}
\end{aligned}$$

где единичные векторы $\hat{k} = \frac{\mathbf{p} + \mathbf{p}'}{|\mathbf{p} + \mathbf{p}'|}$, $\hat{q} = \frac{\mathbf{p} - \mathbf{p}'}{|\mathbf{p} - \mathbf{p}'|}$, $\hat{n} = \hat{k} \times \hat{q}$, а \mathbf{p} и \mathbf{p}' – импульсы налетающего и рассеянного протона в лабораторной системе.

Сечение и спиновые наблюдаемые могут быть выражены через амплитуды $A_1 \div A_{12}$. Выбрав направления координатных осей $\hat{e}_x = \hat{q}$, $\hat{e}_y = \hat{n}$, $\hat{e}_z = \hat{k}$ и применяя стандартную технику вычисления следов, получаем:

$$\begin{aligned}
d\sigma/dt = & |A_1|^2 + |A_2|^2 + \frac{2}{3} \left(\sum_{i=3}^{12} |A_i|^2 + \text{Re} [2A_1^*(A_3 + A_5) + 2A_2^*(A_4 + A_6) + A_3^*A_5 + A_4^*A_6] \right), \\
A_y^p = & 2 \text{Re} [2(A_1^* + A_3^* + A_5^*)(A_2 + A_4 + A_6) + A_1^*A_2 - A_3^*A_6 - A_4^*A_5 + 2A_9^*A_{10}] / (3 d\sigma/dt), \\
A_y^d = & 2 \text{Re} [(2A_1^* + A_3^* + 2A_5^*)A_9 + (2A_2^* + A_4^* + 2A_6^*)A_{10} + A_7^*A_{12} + A_8^*A_{11}] / (3 d\sigma/dt), \\
A_{yy} = & \left(2(|A_5|^2 + |A_6|^2 + |A_9|^2 + |A_{10}|^2) - (|A_3|^2 + |A_4|^2 + |A_7|^2 + |A_8|^2 + |A_{11}|^2 + |A_{12}|^2) \right. \\
& \left. + 2 \text{Re} [A_1^*(2A_5 - A_3) + A_2^*(2A_6 - A_4) + A_3^*A_5 + A_4^*A_6] \right) / (3 d\sigma/dt), \\
A_{xx} = & \left(2(|A_3|^2 + |A_4|^2 + |A_{11}|^2 + |A_{12}|^2) - (|A_5|^2 + |A_6|^2 + |A_7|^2 + |A_8|^2 + |A_9|^2 + |A_{10}|^2) \right. \\
& \left. + 2 \text{Re} [A_1^*(2A_3 - A_5) + A_2^*(2A_4 - A_6) + A_3^*A_5 + A_4^*A_6] \right) / (3 d\sigma/dt), \\
A_{zz} = & -A_{yy} - A_{xx}, \\
A_{xz} = & \text{Im} [A_3^*A_9 + A_4^*A_{10} - A_7^*A_{12} - A_8^*A_{11}] / (d\sigma/dt). \tag{4}
\end{aligned}$$

Остальные анализирующие способности обращаются в нуль.

Итак, наша цель состоит в явном выражении всех двенадцати независимых pd амплитуд через инвариантные NN амплитуды (и волновые функции дейтрона). Для NN амплитуд снова выберем нормировку так, что для рассеяния протона на i -м нуклоне ($i = n, p$)

$$d\sigma_i/dt = \frac{1}{4} \text{Sp} (M_i M_i^+). \tag{5}$$

Разложение NN амплитуды по спиновым матрицам налетающего протона и рассеивающего нуклона ($\boldsymbol{\sigma}$ и $\boldsymbol{\sigma}_i$ соответственно) с учетом РТ-инвариантности имеет вид:

$$\begin{aligned}
M_i(\mathbf{p}, \mathbf{q}; \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}_i) = & A_i + C_i \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{n} + C'_i \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \hat{n} + B_i (\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{k}) (\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \hat{k}) \\
& + (G_i + H_i) (\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{q}) (\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \hat{q}) + (G_i - H_i) (\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{n}) (\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \hat{n}), \tag{6}
\end{aligned}$$

т.е. каждая M_i содержит шесть независимых членов. Амплитуды C_i и C'_i совпадают только в системе центра масс нуклонов (в силу зарядовой симметрии для $i = n$ и тождественности для $i = p$), в лабораторной системе их следует различать. Теперь, после определения всех необходимых величин, мы можем перейти к развитию формализма обобщенной дифракционной модели.

2.2 Учет спиновых и изоспиновых степеней свободы в модели Глаубера

Дифракционная модель Глаубера основана на трех тесно связанных между собой допущениях, которые справедливы при высоких энергиях падающей частицы:

1) импульсное приближение (пренебрежение взаимодействием нуклонов мишени в процессе пролета быстрой частицы); 2) эйкональное приближение (предположение о прямолинейности классической траектории частицы и, соответственно, о малости передаваемого импульса); 3) приближение фиксированного рассеивателя (пренебрежение внутренним движением нуклонов в ядре и отдачей).

Учет этих требований приводит к невозможности схода распространяющейся в ядре частицы с энергетической поверхности, а также к исключению повторных перерассеяний на одном и том же нуклоне [18]. Таким образом, в ряде многократных столкновений остается только два члена, отвечающих однократным и двукратным столкновениям падающего протона с нуклонами ядра. Диаграммы соответствующих процессов изображены на Рис. 1 (к ним должны быть добавлены две аналогичные диаграммы, в которых нейтрон и протон в дейтроне меняются местами). Импульсное приближение соответствует тому, что во время столкновения падающей частицы с одним из нуклонов мишени другой нуклон рассматривается как зритель, поэтому пропагатор последнего берется на энергетической поверхности (на Рис. 1 соответствующие линии отмечены крестиками). В амплитуду упругого рассеяния также дает вклад процесс двойной перезарядки. Соответствующая диаграмма имеет тот же вид, что и для обычного двукратного рассеяния, за исключением того, что после каждого взаимодействия протон заменяется нейтроном, и наоборот. Соответственно, в конечной дейтронной вершине протон и нейтрон меняются местами, и поскольку волновая функция дейтрона антисимметрична, амплитуда процесса двойной перезарядки противоположна по знаку амплитуде обычного двукратного рассеяния. Эту амплитуду можно найти в рамках изоспинового формализма, который также дает, что амплитуда однократной перезарядки, стоящая в вершинах взаимодействия, определяется разностью амплитуд рассеяния на нуклонах мишени, т.е. $M_c = M_n - M_p$ [15].

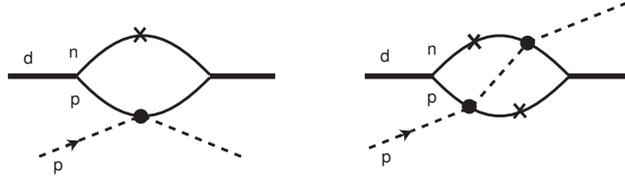


Рис. 1: Диаграммы, изображающие процессы однократных и двукратных столкновений. Линии, отмеченные крестиками, соответствуют пропагаторам на энергетической поверхности (в импульсном приближении).

Результирующую амплитуду M упругого pd рассеяния в дифракционной модели можно записать в общем виде:

$$M(\mathbf{q}) = M^{(s)}(\mathbf{q}) + M^{(d)}(\mathbf{q}), \quad (7)$$

где

$$M^{(s)}(\mathbf{q}) = \int d^3r e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}/2} \Psi_d(\mathbf{r}) O^{(s)}(\mathbf{q}) \Psi_d(\mathbf{r}),$$

$$M^{(d)}(\mathbf{q}) = -\frac{i}{2\pi^{3/2}} \int d^2q' \int d^3r e^{i\mathbf{q}'\mathbf{r}} \Psi_d(\mathbf{r}) (O_+^{(d)}(\mathbf{q}, \mathbf{q}') + O_-^{(d)}(\mathbf{q}, \mathbf{q}') \cdot \epsilon(z) - O^{(c)}(\mathbf{q}, \mathbf{q}')) \Psi_d(\mathbf{r}). \quad (8)$$

Член с $\epsilon(z) \equiv \text{sign}(z)$ в амплитуде двукратного рассеяния возникает вследствие естественного упорядочения двух столкновений, необходимого для некоммутирующих NN

амплитуд [15] (z есть продольная составляющая вектора \mathbf{r} , соединяющего нуклоны в дейтроне). Операторы, которые мы обозначили через O , выражаются в терминах NN амплитуд следующим образом:

$$\begin{aligned} O^{(s)} &= M_n(\mathbf{q}) + M_p(\mathbf{q}), \\ O_+^{(d)} &= \frac{1}{2}(M_n(\mathbf{q}_2)M_p(\mathbf{q}_1) + M_p(\mathbf{q}_1)M_n(\mathbf{q}_2)), \quad O_-^{(d)} = \frac{1}{2}(M_n(\mathbf{q}_2)M_p(\mathbf{q}_1) - M_p(\mathbf{q}_1)M_n(\mathbf{q}_2)), \\ O^{(c)} &= \frac{1}{2}M_c(\mathbf{q}_2)M_c(\mathbf{q}_1) = \frac{1}{2}(M_n(\mathbf{q}_2) - M_p(\mathbf{q}_2))(M_n(\mathbf{q}_1) - M_p(\mathbf{q}_1)), \end{aligned} \quad (9)$$

где $\mathbf{q}_1 = \mathbf{q}/2 - \mathbf{q}'$, $\mathbf{q}_2 = \mathbf{q}/2 + \mathbf{q}'$, и в общем случае имеют спиновую структуру вида:

$$O[\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}_n, \boldsymbol{\sigma}_p] = U[\boldsymbol{\sigma}] + \mathbf{V}_n[\boldsymbol{\sigma}] \cdot \boldsymbol{\sigma}_n + \mathbf{V}_p[\boldsymbol{\sigma}] \cdot \boldsymbol{\sigma}_p + W_{ij}[\boldsymbol{\sigma}] \cdot \sigma_{ni}\sigma_{pj}. \quad (10)$$

Используя (10) и стандартное представление дейтронной волновой функции Ψ_d :

$$\Psi_d(\mathbf{r}; \boldsymbol{\sigma}_n, \boldsymbol{\sigma}_p) = \frac{1}{\sqrt{4\pi r}} (u(r) + 8^{-1/2}w(r) \cdot S_{12}(\hat{r}; \boldsymbol{\sigma}_n, \boldsymbol{\sigma}_p)), \quad (11)$$

где u и w — радиальные волновые функции S - и D -состояний дейтрона соответственно и $S_{12}(\hat{n}; \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) = 3(\mathbf{v}_1\hat{n})(\mathbf{v}_2\hat{n}) - (\mathbf{v}_1\mathbf{v}_2)$, мы получаем для величины $\Psi_d O \Psi_d$ (см. (8)) следующее общее выражение:

$$\begin{aligned} \Psi_d O \Psi_d &= \frac{u^2}{4\pi r^2} [U + \mathbf{V}_n \boldsymbol{\sigma}_n + \mathbf{V}_p \boldsymbol{\sigma}_p + W_{ij} \sigma_{ni} \sigma_{pj}] \\ &+ \frac{uw}{4\sqrt{2}\pi r^2} [U(3(\boldsymbol{\sigma}_n \hat{r})(\boldsymbol{\sigma}_p \hat{r}) - 1) + \mathbf{V}_n(3(\boldsymbol{\sigma}_p \hat{r})\hat{r} - \boldsymbol{\sigma}_n) + \mathbf{V}_p(3(\boldsymbol{\sigma}_n \hat{r})\hat{r} - \boldsymbol{\sigma}_p) \\ &\quad + W_{ij}(3\hat{r}_i \hat{r}_j - \sigma_{ni} \sigma_{pj} - 3(\boldsymbol{\sigma}_n \times \hat{r})_i (\boldsymbol{\sigma}_p \times \hat{r})_j)] \\ &\quad + \frac{w^2}{16\pi r^2} [U(5 - 3(\boldsymbol{\sigma}_n \hat{r})(\boldsymbol{\sigma}_p \hat{r})) \\ &\quad + \mathbf{V}_n(9(\boldsymbol{\sigma}_n \hat{r})\hat{r} - 3(\boldsymbol{\sigma}_p \hat{r})\hat{r} - 4\boldsymbol{\sigma}_n) + \mathbf{V}_p(9(\boldsymbol{\sigma}_p \hat{r})\hat{r} - 3(\boldsymbol{\sigma}_n \hat{r})\hat{r} - 4\boldsymbol{\sigma}_p) \\ &\quad + W_{ij}(18(\boldsymbol{\sigma}_n \hat{r})(\boldsymbol{\sigma}_p \hat{r})\hat{r}_i \hat{r}_j - 9(\boldsymbol{\sigma}_n \hat{r})\hat{r}_i \sigma_{pj} - 9(\boldsymbol{\sigma}_p \hat{r})\sigma_{ni} \hat{r}_j \\ &\quad + 5\sigma_{ni} \sigma_{pj} - 3\hat{r}_i \hat{r}_j + 3(\boldsymbol{\sigma}_n \times \hat{r})_i (\boldsymbol{\sigma}_p \times \hat{r})_j)], \end{aligned} \quad (12)$$

где учтено, что для дейтрона ($S = 1$) $\boldsymbol{\sigma}_n \boldsymbol{\sigma}_p = 1$. В формуле (12) можно выделить более и менее существенные вклады. Для этого обратимся к явному виду величин $U, \mathbf{V}_n, \mathbf{V}_p, W_{ij}$, входящих в операторы O . При этом замечаем, что для всех операторов \mathbf{V}_p совпадает с \mathbf{V}_n при замене pn амплитуд на соответствующие pp амплитуды и наоборот. Далее операция взаимной замены нейтронных и протонных индексов в NN амплитудах обозначается через ($n \leftrightarrow p$). Кроме того, из (9) видно, что при замене $\mathbf{q}_1 \leftrightarrow \mathbf{q}_2$ в одном из слагаемых в $O^{(c)}$ (что не меняет вклада соответствующего слагаемого в амплитуду $M^{(d)}$) оператор $O^{(c)}$ принимает вид:

$$O^{(c)} = -O_+^{(d)} + O^{(c)'},$$

где

$$O^{(c)'} = \frac{1}{2}(M_n(\mathbf{q}_2)M_n(\mathbf{q}_1) + M_p(\mathbf{q}_1)M_p(\mathbf{q}_2)). \quad (13)$$

Для записи явного вида операторов удобно наряду с тройкой векторов $\hat{l} = \{\hat{k}, \hat{q}, \hat{n}\}$ ввести еще два набора ортонормированных векторов $\hat{l}_j = \{\hat{k}_j, \hat{q}_j, \hat{n}_j\}$ ($j = 1, 2$) для столкновений протона с отдельными нуклонами ядра. Три из спин-зависящих NN амплитуд можно обозначить через B_i^l : $B_i^k \equiv B_i$, $B_i^q \equiv G_i + H_i$, $B_i^n \equiv G_i - H_i$ ($i = n, p$).

Итак, для $O^{(s)}$ получаем (NN амплитуды зависят от \mathbf{q}):

$$\begin{aligned} U &= A_n + C_n(\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{n}) + (n \leftrightarrow p), \\ \mathbf{V}_n &= C'_n \hat{n} + \sum_l B_n^l(\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{l}) \hat{l}, \\ W_{ij} &= 0. \end{aligned}$$

Далее подразумевается, что в произведениях NN амплитуд первая зависит от \mathbf{q}_2 , вторая от \mathbf{q}_1 . Для $O_+^{(d)}$ имеем:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} A_n A_p + A_n C_p(\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{n}_1) + \frac{1}{2} C_n C_p(\hat{n}_2 \cdot \hat{n}_1) + (n \leftrightarrow p), \\ \mathbf{V}_n &= A_p C'_n \hat{n}_1 + A_p \sum_{l_1} B_n^{l_1}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{l}_1) \hat{l}_1 + C_p \sum_{l_1} B_n^{l_1}(\hat{n}_2 \cdot \hat{l}_1) \hat{l}_1 + C_p C'_n(\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{n}_2) \hat{n}_1, \\ W_{ij} &= \frac{1}{2} C'_n C'_p \hat{n}_{2i} \hat{n}_{1j} + \frac{1}{2} \sum_{l_2, l_1} B_n^{l_2} B_p^{l_1}(\hat{l}_2 \cdot \hat{l}_1) \hat{l}_{2i} \hat{l}_{1j} + C'_n \sum_{l_1} B_p^{l_1}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{l}_1) \hat{n}_{2i} \hat{l}_{1j} + (n \leftrightarrow p, i \leftrightarrow j); \end{aligned}$$

Выражение для $O_-^{(d)}$ нам пока не понадобится. И, наконец, для $O^{(c)'$:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} A_n A_n + \frac{1}{2} (C_n C_n + C'_n C'_n)(\hat{n}_2 \cdot \hat{n}_1) + \frac{1}{2} \sum_{l_2, l_1} B_n^{l_2} B_n^{l_1}(\hat{l}_2 \cdot \hat{l}_1)^2 \\ &\quad + A_n C_n(\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{n}_1) + \sum_{l_1} C'_n B_n^{l_1}(\hat{n}_2 \cdot \hat{l}_1)(\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{l}_1) + (n \leftrightarrow p), \\ \mathbf{V}_n &= A_n C'_n \hat{n}_1 + C_n \sum_{l_1} B_n^{l_1}(\hat{n}_2 \cdot \hat{l}_1) \hat{l}_1 + C_n C'_n(\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{n}_2) \hat{n}_1 \\ &\quad + A_n \sum_{l_1} B_n^{l_1}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{l}_1) \hat{l}_1 - \frac{1}{2} \sum_{l_2, l_1} B_n^{l_2} B_n^{l_1}(\boldsymbol{\sigma} \cdot (\hat{l}_2 \times \hat{l}_1))(\hat{l}_2 \times \hat{l}_1), \\ W_{ij} &= 0. \end{aligned}$$

Мы видим, что операторы $U, \mathbf{V}_{n,p}, W_{ij}$ содержат величины 0-го, 1-го и 2-го порядков малости по параметру $\lambda = B/A$, где B — любая из инвариантных NN амплитуд, зависящих от спинов, A — амплитуда, не зависящая от спинов (при высоких энергиях предполагается $\lambda \ll 1$ — см. Рис. 2 след. раздела), а именно:

$$U = U^{(0)} + U^{(1)} + U^{(2)},$$

$$\mathbf{V}_{n,p} = \mathbf{V}_{n,p}^{(1)} + \mathbf{V}_{n,p}^{(2)},$$

$$W_{ij} = W_{ij}^{(2)}. \quad (14)$$

Произведения волновых функций дейтрона u^2, uw, w^2 являются величинами соответственно 0-го, 1-го и 2-го порядков малости по параметру $\mu = w/u$. Если ограничиться величинами до 2-го порядка по малым параметрам λ и μ , т.е. оставить только члены вида $B^i w^j$ при $0 \leq i + j \leq 2$, формула (12) существенно упростится. В частности, в таком разложении член $O_-^{(d)} \cdot \epsilon(z)$ (см. (8)) даст вклады только 3-го и 4-го порядков малости по параметрам λ и μ , поскольку оператор $O_-^{(d)}$ содержит величины лишь 2-го порядка по λ , а множитель $\epsilon(z)$ дает нуль при усреднении по S -состоянию дейтрона. Таким образом, ограничиваясь в (12) величинами до 2-го порядка включительно по малым параметрам λ и μ , мы целиком учитываем вклады спиновой зависимости NN амплитуд и D -волны дейтрона независимо друг от друга, а также дополнительный член ($i = j = 1$), содержащий их интерференцию.

Для того, чтобы теперь проинтегрировать (12) по d^3r , нам понадобится определение формфактора S дейтрона:

$$\begin{aligned} S(\mathbf{q}; \boldsymbol{\sigma}_n, \boldsymbol{\sigma}_p) &= \int d^3r e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} |\Psi_d(\mathbf{r}; \boldsymbol{\sigma}_n, \boldsymbol{\sigma}_p)|^2 \\ &= S_0(q) - 8^{-1/2} S_2(q) \cdot S_{12}(\hat{q}; \boldsymbol{\sigma}_n, \boldsymbol{\sigma}_p). \end{aligned} \quad (15)$$

В общем определении (15) мы ввели монопольный и квадрупольный формфакторы дейтрона, в которых, в свою очередь, удобно выделить вклады, отвечающие разным степеням D -волны (соответственно, разным порядкам по параметру μ):

$$S_0(q) = S_0^{(0)}(q) + S_0^{(2)}(q), \quad S_2(q) = S_2^{(1)}(q) + S_2^{(2)}(q), \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} S_0^{(0)}(q) &= \int_0^\infty dr u^2(r) j_0(qr), & S_0^{(2)}(q) &= \int_0^\infty dr w^2(r) j_0(qr), \\ S_2^{(1)}(q) &= 2 \int_0^\infty dr u(r)w(r) j_2(qr), & S_2^{(2)}(q) &= -2^{-1/2} \int_0^\infty dr w^2(r) j_2(qr). \end{aligned} \quad (17)$$

В результате, интегрирование по d^3r выражения, полученного из (12) после учета наиболее существенных вкладов, дает:

$$\begin{aligned} \int d^3r e^{i\mathbf{Q}\mathbf{r}} \Psi_d O \Psi_d &= S_0^{(0)} U^{(0)} + (S_0^{(2)} - 2^{-1/2} S_2 \cdot S_{12}[\hat{Q}; \mathbf{S}, \mathbf{S}]) U^{(0)} \\ &+ S_0^{(0)} (U^{(1)} + U^{(2)} + (\mathbf{V}_n + \mathbf{V}_p) \mathbf{S} + W_{ij} \{S_i, S_j\} - W_{ii}) \\ &- 8^{-1/2} S_2^{(1)} (2U^{(1)} \cdot S_{12}[\hat{Q}; \mathbf{S}, \mathbf{S}] + S_{12}[\hat{Q}; (\mathbf{V}_p^{(1)} + \mathbf{V}_n^{(1)}), \mathbf{S}]), \end{aligned} \quad (18)$$

где $\mathbf{Q} = \mathbf{q}/2$ или $\mathbf{Q} = \mathbf{q}'$ для амплитуд однократного или двукратного рассеяния, соответственно (см. (8)). При выводе (18) мы провели симметризацию по $\boldsymbol{\sigma}_n$ и $\boldsymbol{\sigma}_p$ и ввели оператор спина дейтрона \mathbf{S} , поскольку при усреднении по состояниям дейтрона, имеющего спин 1, антисимметричные по $\boldsymbol{\sigma}_n$ и $\boldsymbol{\sigma}_p$ слагаемые вклада не дают. Теперь для извлечения двенадцати независимых pd амплитуд, определенных в (3), мы должны подставить в (18) явный вид величин U , $\mathbf{V}_{n,p}$, W_{ij} для $O^{(s)}$, $O_+^{(d)}$ и $O^{(c)'}$ и затем представить полученные выражения в форме (3).

2.3 Формулы связи pd и NN амплитуд

В итоге мы получаем явные выражения инвариантных pd амплитуд через NN амплитуды и различные составляющие дейтронного формфактора. Конечные формулы для pd амплитуд имеют вид:

$$A_i = A_i^{(s)} - \frac{i}{2\pi^{3/2}} \int d^2q' (2\mathcal{A}_i^{(d)} - \mathcal{A}_i^{(c)}) + (n \leftrightarrow p), \quad i = 1..12. \quad (19)$$

Выражения для величин $A_i^{(s)}$, $\mathcal{A}_i^{(d)}$ и $\mathcal{A}_i^{(c)}$, которым соответствуют операторы $O^{(s)}$, $O_+^{(d)}$ и $O^{(c)'}$, приведены в таблицах 1,2 и 3. Подразумевается, что в амплитудах однократного рассеяния $A_i^{(s)}$ формфакторы дейтрона зависят от $\mathbf{q}/2$, а NN амплитуды зависят от \mathbf{q} . В слагаемых $\mathcal{A}_i^{(d)}$ и $\mathcal{A}_i^{(c)}$ подынтегрального выражения в амплитудах двукратного рассеяния дейтронные формфакторы берутся в точке \mathbf{q}' , а в произведениях NN амплитуд первая зависит от \mathbf{q}_2 , вторая — от \mathbf{q}_1 .

Таблица 1: Выражения для амплитуд $A_i^{(s)}$ однократного рассеяния.

$A_1^{(s)}$	$= (S_0 + 4 \cdot 8^{-1/2} S_2) A_n$
$A_2^{(s)}$	$= (S_0^{(0)} + 4 \cdot 8^{-1/2} S_2^{(1)}) C_n$
$A_3^{(s)}$	$= -6 \cdot 8^{-1/2} S_2 A_n$
$A_4^{(s)}$	$= -6 \cdot 8^{-1/2} S_2^{(1)} C_n$
$A_5^{(s)}$	$= 0$
$A_6^{(s)}$	$= 0$
$A_7^{(s)}$	$= (S_0^{(0)} + 8^{-1/2} S_2^{(1)}) B_n$
$A_8^{(s)}$	$= 0$
$A_9^{(s)}$	$= (S_0^{(0)} + 8^{-1/2} S_2^{(1)}) C'_n$
$A_{10}^{(s)}$	$= (S_0^{(0)} + 8^{-1/2} S_2^{(1)}) (G_n - H_n)$
$A_{11}^{(s)}$	$= (S_0^{(0)} - 2 \cdot 8^{-1/2} S_2^{(1)}) (G_n + H_n)$
$A_{12}^{(s)}$	$= 0$

Таблица 2: Выражения для величин $\mathcal{A}_i^{(d)}$, входящих в амплитуды двукратного рассеяния (см. формулу (19)).

$\mathcal{A}_1^{(d)}$	$= \frac{1}{2} S_0^{(0)} \left(A_n A_p + 3 B_n B_p + (C_n C_p - C'_n C'_p) (\hat{q}_2 \cdot \hat{q}_1) - 2 G_n G_p - 2 H_n H_p ((\hat{q}_2 \cdot \hat{q}_1)^2 - (\hat{q}_2 \times \hat{q}_1)^2) \right) + \frac{1}{2} (S_0^{(2)} + 4 \cdot 8^{-1/2} S_2) A_n A_p$
$\mathcal{A}_2^{(d)}$	$= S_0^{(0)} \left(A_n C_p (\hat{q} \cdot \hat{q}_1) - C'_n G_p (\hat{q} \cdot \hat{q}_2) + C'_n H_p ((\hat{q}_2 \cdot \hat{q}_1) (\hat{q} \cdot \hat{q}_1) - (\hat{q}_2 \times \hat{q}_1) (\hat{q} \times \hat{q}_1)) \right) + 4 \cdot 8^{-1/2} S_2^{(1)} A_n C_p (\hat{q} \cdot \hat{q}_1)$
$\mathcal{A}_3^{(d)}$	$= S_0^{(0)} \left(C'_n C'_p (\hat{q} \times \hat{q}_2) (\hat{q} \times \hat{q}_1) - B_n B_p + G_n G_p + H_n H_p ((\hat{q}_2 \cdot \hat{q}_1)^2 - (\hat{q}_2 \times \hat{q}_1)^2) + 2 G_n H_p ((\hat{q} \cdot \hat{q}_1)^2 - (\hat{q} \times \hat{q}_1)^2) \right) - 3 \cdot 8^{-1/2} S_2 A_n A_p (\hat{q} \cdot \hat{q}')^2$
$\mathcal{A}_4^{(d)}$	$= -4 S_0^{(0)} C'_n H_p (\hat{q} \times \hat{q}_2) (\hat{q} \times \hat{q}_1) (\hat{q} \cdot \hat{q}_1) - 6 \cdot 8^{-1/2} S_2^{(1)} A_n C_p (\hat{q} \cdot \hat{q}_1) (\hat{q} \cdot \hat{q}')^2$
$\mathcal{A}_5^{(d)}$	$= S_0^{(0)} \left(C'_n C'_p (\hat{q} \cdot \hat{q}_2) (\hat{q} \cdot \hat{q}_1) - B_n B_p + G_n G_p + H_n H_p ((\hat{q}_2 \cdot \hat{q}_1)^2 - (\hat{q}_2 \times \hat{q}_1)^2) - 2 G_n H_p ((\hat{q} \cdot \hat{q}_1)^2 - (\hat{q} \times \hat{q}_1)^2) \right) - 3 \cdot 8^{-1/2} S_2 A_n A_p (\hat{q} \times \hat{q}')^2$
$\mathcal{A}_6^{(d)}$	$= 2 S_0^{(0)} \left(C'_n G_p - C'_n H_p ((\hat{q} \cdot \hat{q}_1)^2 - (\hat{q} \times \hat{q}_1)^2) \right) (\hat{q} \cdot \hat{q}_2) - 6 \cdot 8^{-1/2} S_2^{(1)} A_n C_p (\hat{q} \cdot \hat{q}_1) (\hat{q} \times \hat{q}')^2$
$\mathcal{A}_7^{(d)}$	$= (S_0^{(0)} + 8^{-1/2} S_2^{(1)}) A_n B_p$
$\mathcal{A}_8^{(d)}$	$= S_0^{(0)} \left(C'_n G_p (\hat{q} \cdot \hat{q}_2) + C'_n H_p ((\hat{q} \cdot \hat{q}_2) ((\hat{q} \cdot \hat{q}_1)^2 - (\hat{q} \times \hat{q}_1)^2) - 2 (\hat{q} \times \hat{q}_2) (\hat{q} \times \hat{q}_1) (\hat{q} \cdot \hat{q}_1)) \right) + 6 \cdot 8^{-1/2} S_2^{(1)} A_n C_p (\hat{q} \times \hat{q}_1) (\hat{q} \times \hat{q}') (\hat{q} \cdot \hat{q}')$
$\mathcal{A}_9^{(d)}$	$= S_0^{(0)} \left(A_n C'_p (\hat{q} \cdot \hat{q}_1) + C_n G_p (\hat{q} \cdot \hat{q}_2) - C_n H_p ((\hat{q}_2 \cdot \hat{q}_1) (\hat{q} \cdot \hat{q}_1) - (\hat{q}_2 \times \hat{q}_1) (\hat{q} \times \hat{q}_1)) \right) + 8^{-1/2} S_2^{(1)} A_n C'_p ((\hat{q} \cdot \hat{q}_1) - 3 (\hat{q}_1 \times \hat{q}') (\hat{q} \times \hat{q}'))$
$\mathcal{A}_{10}^{(d)}$	$= S_0^{(0)} \left(C_n C'_p (\hat{q} \cdot \hat{q}_2) (\hat{q} \cdot \hat{q}_1) + A_n G_p - A_n H_p ((\hat{q} \cdot \hat{q}_1)^2 - (\hat{q} \times \hat{q}_1)^2) \right) + 8^{-1/2} S_2^{(1)} \left(A_n G_p \times (1 - 3 (\hat{q} \times \hat{q}')^2) - A_n H_p ((\hat{q} \cdot \hat{q}_1)^2 - (\hat{q} \times \hat{q}_1)^2 - 3 (\hat{q} \times \hat{q}') ((\hat{q} \cdot \hat{q}_1) (\hat{q}_1 \times \hat{q}') - (\hat{q} \times \hat{q}_1) (\hat{q}_1 \cdot \hat{q}')) \right)$
$\mathcal{A}_{11}^{(d)}$	$= S_0^{(0)} \left(C_n C'_p (\hat{q} \times \hat{q}_2) (\hat{q} \times \hat{q}_1) + A_n G_p + A_n H_p ((\hat{q} \cdot \hat{q}_1)^2 - (\hat{q} \times \hat{q}_1)^2) \right) + 8^{-1/2} S_2^{(1)} \left(A_n G_p \times (1 - 3 (\hat{q} \cdot \hat{q}')^2) + A_n H_p ((\hat{q} \cdot \hat{q}_1)^2 - (\hat{q} \times \hat{q}_1)^2 - 3 (\hat{q} \cdot \hat{q}') ((\hat{q} \cdot \hat{q}_1) (\hat{q}_1 \cdot \hat{q}') - (\hat{q} \times \hat{q}_1) (\hat{q}_1 \times \hat{q}')) \right)$
$\mathcal{A}_{12}^{(d)}$	$= S_0^{(0)} C'_n B_p (\hat{q} \cdot \hat{q}_2)$

Таблица 3: Выражения для величин $\mathcal{A}_i^{(c)}$, входящих в амплитуды двукратного рассеяния при учете процессов перезарядки (см. формулу (19)).

$\mathcal{A}_1^{(c)}$	$= \frac{1}{2}S_0^{(0)}\left(A_nA_n + B_nB_n + (C_nC_n + C'_nC'_n)(\hat{q}_2\cdot\hat{q}_1) + 2G_nG_n + 2H_nH_n((\hat{q}_2\cdot\hat{q}_1)^2 - (\hat{q}_2\times\hat{q}_1)^2)\right) + \frac{1}{2}(S_0^{(2)} + 4\cdot 8^{-1/2}S_2)A_nA_n$
$\mathcal{A}_2^{(c)}$	$= S_0^{(0)}\left(A_nC_n(\hat{q}\cdot\hat{q}_1) + C'_nG_n(\hat{q}\cdot\hat{q}_2) - C'_nH_n((\hat{q}_2\cdot\hat{q}_1)(\hat{q}\cdot\hat{q}_1) - (\hat{q}_2\times\hat{q}_1)(\hat{q}\times\hat{q}_1))\right) + 4\cdot 8^{-1/2}S_2^{(1)}A_nC_n(\hat{q}\cdot\hat{q}_1)$
$\mathcal{A}_3^{(c)}$	$= -3\cdot 8^{-1/2}S_2A_nA_n(\hat{q}\cdot\hat{q}')^2$
$\mathcal{A}_4^{(c)}$	$= -6\cdot 8^{-1/2}S_2^{(1)}A_nC_n(\hat{q}\cdot\hat{q}_1)(\hat{q}\cdot\hat{q}')^2$
$\mathcal{A}_5^{(c)}$	$= -3\cdot 8^{-1/2}S_2A_nA_n(\hat{q}\times\hat{q}')^2$
$\mathcal{A}_6^{(c)}$	$= -6\cdot 8^{-1/2}S_2^{(1)}A_nC_n(\hat{q}\cdot\hat{q}_1)(\hat{q}\times\hat{q}')^2$
$\mathcal{A}_7^{(c)}$	$= S_0^{(0)}\left(A_nB_n - G_nG_n + H_nH_n((\hat{q}_2\cdot\hat{q}_1)^2 - (\hat{q}_2\times\hat{q}_1)^2)\right) + 8^{-1/2}S_2^{(1)}A_nB_n$
$\mathcal{A}_8^{(c)}$	$= 6\cdot 8^{-1/2}S_2^{(1)}A_nC_n(\hat{q}\times\hat{q}_1)(\hat{q}\times\hat{q}')(\hat{q}\cdot\hat{q}')$
$\mathcal{A}_9^{(c)}$	$= S_0^{(0)}\left(A_nC'_n(\hat{q}\cdot\hat{q}_1) + C_nG_n(\hat{q}\cdot\hat{q}_2) - C_nH_n((\hat{q}_2\cdot\hat{q}_1)(\hat{q}\cdot\hat{q}_1) - (\hat{q}_2\times\hat{q}_1)(\hat{q}\times\hat{q}_1))\right) + 8^{-1/2}S_2^{(1)}A_nC'_n((\hat{q}\cdot\hat{q}_1) - 3(\hat{q}_1\times\hat{q}')(\hat{q}\times\hat{q}'))$
$\mathcal{A}_{10}^{(c)}$	$= S_0^{(0)}\left(C_nC'_n(\hat{q}\cdot\hat{q}_2)(\hat{q}\cdot\hat{q}_1) + (A_n - B_n)G_n - (A_n + B_n)H_n((\hat{q}\cdot\hat{q}_1)^2 - (\hat{q}\times\hat{q}_1)^2)\right) + 8^{-1/2}S_2^{(1)}\left(A_nG_n(1 - 3(\hat{q}\times\hat{q}')^2) - A_nH_n((\hat{q}\cdot\hat{q}_1)^2 - (\hat{q}\times\hat{q}_1)^2 - 3(\hat{q}\cdot\hat{q}')((\hat{q}\cdot\hat{q}_1)(\hat{q}_1\times\hat{q}') - (\hat{q}\times\hat{q}_1)(\hat{q}_1\cdot\hat{q}'))\right)$
$\mathcal{A}_{11}^{(c)}$	$= S_0^{(0)}\left(C_nC'_n(\hat{q}\times\hat{q}_2)(\hat{q}\times\hat{q}_1) + (A_n - B_n)G_n + (A_n + B_n)H_n((\hat{q}\cdot\hat{q}_1)^2 - (\hat{q}\times\hat{q}_1)^2)\right) + 8^{-1/2}S_2^{(1)}\left(A_nG_n(1 - 3(\hat{q}\cdot\hat{q}')^2) + A_nH_n((\hat{q}\cdot\hat{q}_1)^2 - (\hat{q}\times\hat{q}_1)^2 - 3(\hat{q}\cdot\hat{q}')((\hat{q}\cdot\hat{q}_1)(\hat{q}_1\cdot\hat{q}') - (\hat{q}\times\hat{q}_1)(\hat{q}_1\times\hat{q}'))\right)$
$\mathcal{A}_{12}^{(c)}$	$= 0$

При выводе формул для $\mathcal{A}_i^{(d)}$ и $\mathcal{A}_i^{(c)}$ были использованы приближенные соотношения, справедливые в рамках эйконального приближения:

$$\hat{k}_1 \approx \hat{k}_2 \approx \hat{k},$$

$$(\hat{n}_i\cdot\hat{q}_j) = (\hat{q}_i\times\hat{q}_j)\cdot\hat{k}, \quad (\hat{n}_i\cdot\hat{n}_j) = (\hat{q}_i\cdot\hat{q}_j).$$

Интегралы по d^2q' в (19) могут быть взяты полностью аналитически при помощи специальной параметризации NN амплитуд и дейтронных волновых функций, к описанию которой мы и переходим.

3 Параметризация спиральных NN амплитуд и дейтронных волновых функций

3.1 Построение спиральных NN амплитуд

В разделе 2 мы получили соотношения между инвариантными pd и NN амплитудами в лабораторной системе. Однако, NN амплитуды обычно параметризуются в системе центра инерции. Нетрудно показать, что лабораторные амплитуды A, B, C, G, H при малых q просто выражаются через спиральные амплитуды N_0, N_1, N_2, U_0, U_2 (или $\phi_1 \div \phi_5$) в с.ц.и.:

$$\begin{aligned}
A &\approx N_0 = (\phi_3 + \phi_1)/2, & B &\approx -U_0 = (\phi_3 - \phi_1)/2, \\
C &\approx iN_1 = i\phi_5, \\
G &\approx (U_2 - N_2)/2 = \phi_2/2, & H &\approx (U_2 + N_2)/2 = \phi_4/2.
\end{aligned} \tag{20}$$

Делая соответствующее приближение, мы не выходим за рамки дифракционной модели. В работе [19] было также показано, что амплитуда C' в высокоэнергетическом малоугловом приближении отличается от C релятивистской поправкой:

$$C' \approx i(N_1 + (q/2m)N_0).$$

Обе амплитуды C и C' при высоких энергиях малы в сравнении с другими амплитудами, и указанная поправка вряд ли играет заметную роль, но для порядка ее все же следует учитывать.

На Рис. 2 представлены все спиральные pp и pn амплитуды при энергии падающего протона $T_p = 1$ ГэВ (в лабораторной системе), построенные по последним данным фазового анализа [20] с помощью специальной программы японских авторов [21]. Как и следовало ожидать, амплитуда N_0 значительно превышает остальные. Видно также существенное различие между соответствующими pp и pn амплитудами, в то время как в ранних работах по дифракционному приближению они часто для простоты брались одинаковыми. На Рис. 3 показано отношение действительной и мнимой частей N_0 и его среднее значение в нуле. Из-за недостатка экспериментальных данных в прошедшие годы последнее значение часто использовалось для аппроксимации отношения $\text{Re}N_0/\text{Im}N_0$ при всех переданных импульсах. Мы видим из Рис. 3, что это слишком грубое приближение.

Для параметризации спиральных NN амплитуд мы выбрали удобное представление в виде суммы гауссоид, умноженной на многочлен от q (степень многочлена соответствует поведению функции при $q = 0$):

$$\begin{aligned}
N_0(q) &= \sum_{j=1}^n C_{a,j} \exp(-A_{a,j} q^2), & U_0(q) &= \sum_{j=1}^n C_{b,j} \exp(-A_{b,j} q^2), \\
N_1(q) &= q \sum_{j=1}^n C_{c,j} \exp(-A_{c,j} q^2), \\
(U_2(q) - N_2(q))/2 &= \sum_{j=1}^n C_{g,j} \exp(-A_{g,j} q^2), & (U_2(q) + N_2(q))/2 &= q^2 \sum_{j=1}^n C_{h,j} \exp(-A_{h,j} q^2).
\end{aligned} \tag{21}$$

Здесь первые индексы параметров C, A соответствуют лабораторным инвариантным амплитудам (см. (20)). Гауссовское представление удобно тем, что оно хорошо воспроизводит дифракционные пики в направлении вперед, имеющиеся в NN амплитудах при высоких и промежуточных энергиях. Нескольких гауссоид вполне достаточно для хорошей аппроксимации амплитуд вплоть до углов $\theta = 80 \div 90^\circ$ в с.ц.и. В частности, для настоящих расчетов было взято $n = 5$. При этом исходные амплитуды при энергии 1 ГэВ фитировались на отрезке $q = 0 \div 0.9$ ГэВ/с с шагом 0.01 ГэВ/с. Все коэффициенты, а также среднеквадратичные отклонения для pp и pn амплитуд приведены в таблицах 4 и 5, включенных в приложение к данной работе.

На Рис. 4 приводятся точные NN дифференциальные сечения и их приближенные формы при энергии $T_p = 1$ ГэВ, построенные на основе указанной выше гауссовской

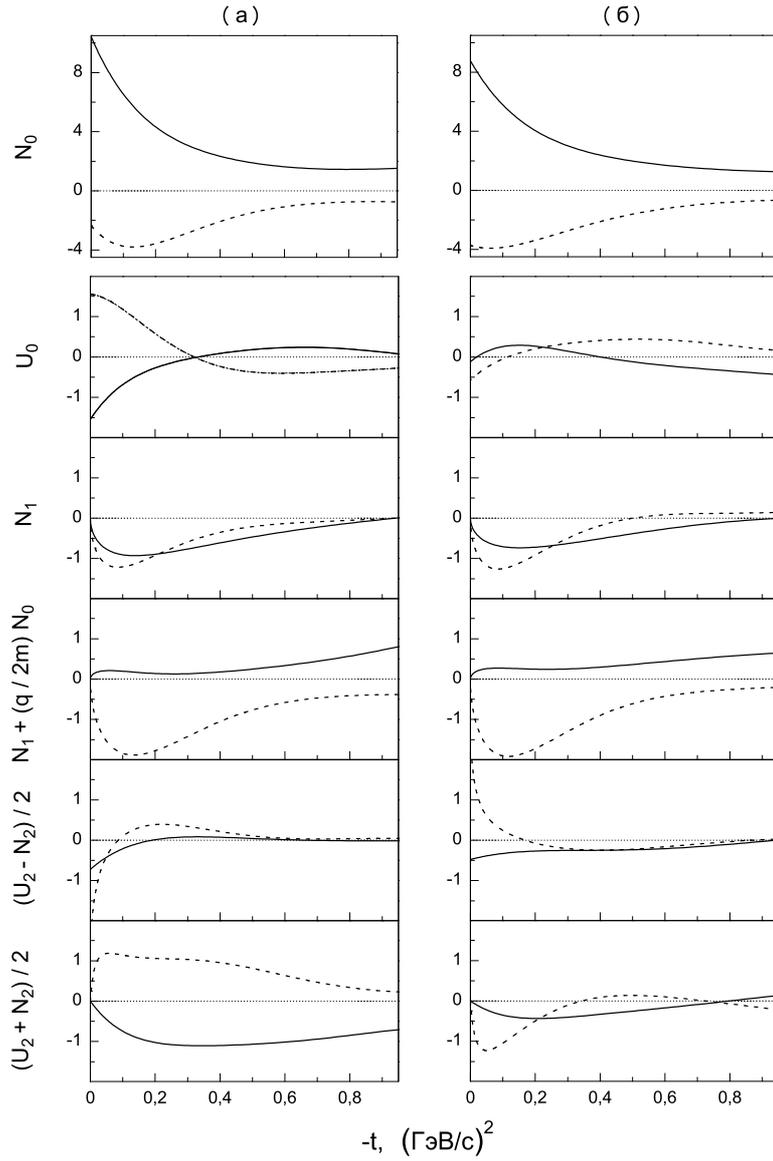


Рис. 2: Спиральные NN амплитуды ($\text{мбн}^{1/2}/\text{ГэВ}$) при энергии $T_p = 1 \text{ ГэВ}$: а) pp , б) pn . Штриховыми линиями показаны действительные части, сплошными — мнимые части амплитуд.

параметризации спиральных амплитуд (при $n = 5$). Видно, что при $|t| \leq 0.7$, что соответствует углам $\theta \leq 80^\circ$ в с.ц.и., приближенные сечения так же, как и соответствующие амплитуды, очень близки к точным. При больших углах приближенные амплитуды убывают до нуля (что соответствует приближению дифракционной модели), тогда как точные возрастают по абсолютной величине вследствие процесса перезарядки (для pn амплитуд) и принципа Паули (для pp амплитуд). Поэтому при необходимости это поведение при больших углах можно описать, используя построенные представления NN амплитуд в передней полусфере углов. Так, pp амплитуды при $\theta > 90^\circ$ можно получить с помощью антисимметризации, тогда как pn амплитуды могут быть найдены просто

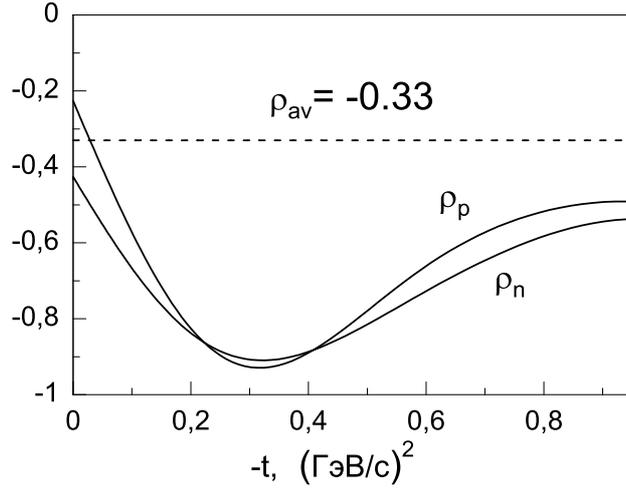


Рис. 3: Отношение действительной и мнимой частей амплитуды N_0 : ρ_p для pp и ρ_n для pn рассеяния. Также штриховой линией показано среднее значение в нуле $\rho_{av} = (\rho_p + \rho_n)/2$.

как разность соответствующих pp и pn амплитуд под малыми углами $\theta' = 180^\circ - \theta$. Построенное аналитическое представление NN амплитуд, несомненно, представляет самостоятельную ценность для различных приложений. Поэтому мы выделили его в отдельное приложение к данной работе.

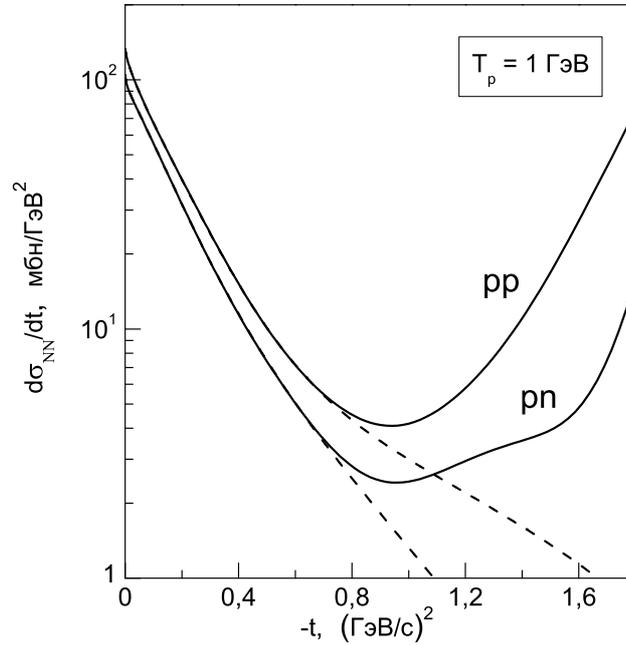


Рис. 4: Дифференциальные сечения NN рассеяния при энергии $T_p = 1 \text{ GeV}$. Сплошными линиями показаны точные сечения, построенные по данным фазового анализа, штриховыми линиями изображены приближенные сечения, соответствующие гауссовскому представлению спиральных амплитуд (было взято пять гауссоид).

3.2 Выбор дейтронных волновых функций

Для тестирования развитого нами общего формализма были использованы две альтернативные модели дейтронных волновых функций (д.в.ф.), которые изображены на Рис. 5а. Для обеих функций амплитуда D -волны нигде не превышает 25% от амплитуды S -волны. Рассматриваемые модели отличаются, в основном, поведением на малых межнуклонных расстояниях. Волновая функция, построенная на основе NN потенциала CD-Vonn [22], имеет стандартное поведение, т.е. проходит через максимум при $r \approx 1.7$ Фм и монотонно убывает до нуля с уменьшением расстояния (в области отталкивающего кора). Напротив, волновая функция дибарионной модели (DBM) [23], основанной на фундаментальных принципах симметрии КХД, имеет узел при $r \approx 0.6$ Фм. (Числа относятся к S -волне, поведение D -волны в сущности аналогичное.) Наличие узла обусловлено ортогональностью нуклон-нуклонной и дибарионной компонент. Последняя представляет собой компактный шестикварковый мешок, окруженный сильным скалярным полем, и в рассматриваемой модели является внутренней частью ($r < 1$ Фм) дейтрона, где нуклоны взаимно перекрываются, тогда как NN компонента должна быть ортогональна этой дибарионной компоненте. Вследствие этой ортогональности, д.в.ф. в NN канале имеет внутренний узел на малых расстояниях. Естественно ожидать, что в дифракционной модели, основанной, в частности, на предположении о слабой связи нуклонов в ядре и о малости переданных при столкновениях импульсов, различия двух описанных волновых функций в высокоимпульсной области будут мало заметны в сечениях и спиновых наблюдаемых. Мы проверим это предположение конкретными расчетами.

На Рис. 5б показаны формфакторы, соответствующие волновым функциям CD-Vonn и DBM, в зависимости от квадрата импульса. Квадрупольные формфакторы близки практически всюду, в то время как монопольные в области $|t| > 0.15$ (ГэВ/с)² существенно различаются. Общим фактом является преобладание квадрупольного формфактора над монопольным (по абсолютной величине) при $0.1 < |t| < 0.6$ (ГэВ/с)². Основной вклад в квадрупольный формфактор дается интерференцией S - и D -состояний, и поскольку плотность D -волны смещена влево по r (соответственно, вправо по $|t|$) относительно S -волны, мы наблюдаем соответствующее поведение формфакторов. Именно этот эффект приводит к сглаживанию минимума в дифференциальном pd сечении.

Для параметризации обеих исследуемых волновых функции мы использовали такое же представление, как и для NN амплитуд, т.е. в виде суммы гауссоид с явным выделением поведения при $r = 0$:

$$u(r) = r \sum_{j=1}^m C0_j \exp(-A0_j r^2), \quad w(r) = r^3 \sum_{j=1}^m C2_j \exp(-A2_j r^2). \quad (22)$$

Для расчетов было взято $m = 5$. Функции фитировались на отрезке $0 \div 20$ Фм с шагом 0.1 Фм. Параметры и среднеквадратичные отклонения приведены в таблицах 6 (DBM) и 7 (CD-Vonn) — см. Приложение.

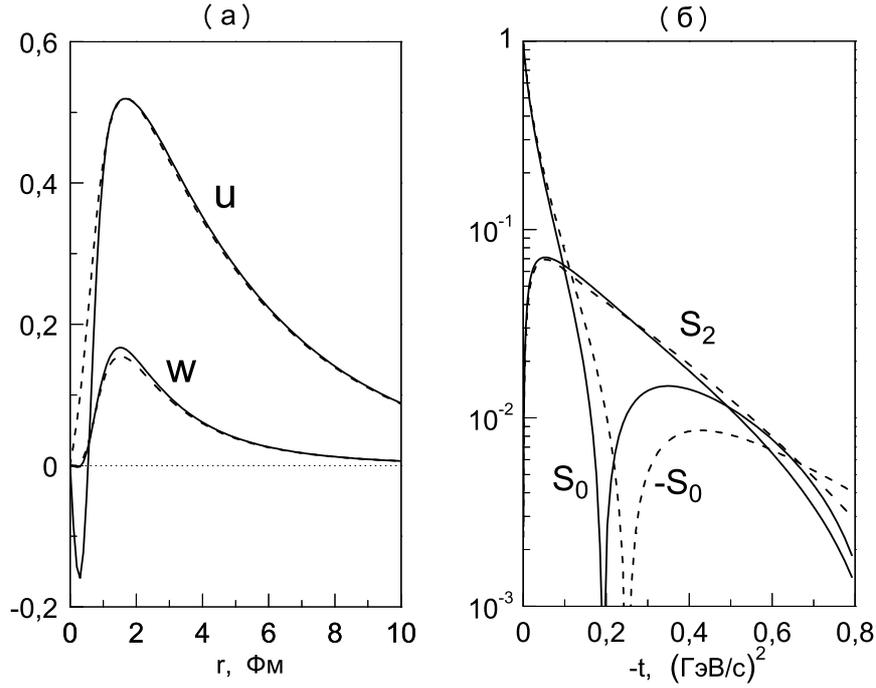


Рис. 5: а) Дейтронные волновые функции $u(r)$ (S -волна) и $w(r)$ (D -волна), $\text{Фм}^{-1/2}$; б) Монопольный (S_0) и квадрупольный (S_2) формфакторы дейтрона. Штриховые линии соответствуют модели CD-Bohn, сплошные линии — дибарионной модели.

4 Результаты расчетов и их обсуждение. Сравнение с фаддеевской теорией

4.1 Сечения и поляризации в двух подходах: точный расчет и дифракционная модель

Одним из ключевых моментов данной работы является сравнение результатов расчетов pd сечений и спиновых наблюдаемых, полученных в рамках обобщенной дифракционной модели (т.е. с учетом спиновой зависимости NN амплитуд, эффектов перезарядки и D -волны дейтрона), с результатами, найденными по уравнениям Фаддеева [27, 28, 30]. Последние неявно включают весь ряд многократных столкновений, эффекты отклонения от эйконала, внутреннего движения нуклонов в дейтроне, схода с массовой поверхности и др. Дифракционная модель всего этого не учитывает, однако она несравненно проще в применении, а при энергиях $T_p \approx 1$ ГэВ, для которых ни один из существующих стандартных NN потенциалов уже не работает, остается пока единственной надежной основой для расчетов. При промежуточных энергиях ($T_p \simeq 200 \div 400$ МэВ) оба подхода могут быть применены одновременно.

Детальное сравнение предсказаний точной трехчастичной теории и стандартной глауберовской модели для полных и дифференциальных сечений Nd рассеяния в широком интервале энергий ($T_p \simeq 0.1 \div 2$ ГэВ) было представлено недавно в работе [24]. Для дифференциальных сечений было найдено существенное расхождение предсказаний двух подходов при всех углах рассеяния, лежащих вне узкого конуса в направлении вперед. Такой результат вполне закономерен, поскольку модельный NN потенциал, ис-

пользованный в расчетах в [24], не описывает реальную дифракционную картину NN рассеяния при промежуточных и высоких энергиях. В частности, мнимые части NN амплитуд, соответствующих чисто действительному потенциалу, быстро падают с ростом энергии, что приводит к сглаживанию дифракционных пиков в NN сечениях и, следовательно, к значительному снижению относительного вклада двукратных столкновений в Nd сечения. В такой ситуации глауберовская модель оказывается неприменимой, поскольку нарушаются ее основные положения. Поэтому интересно сравнить предсказания развитой нами обобщенной дифракционной модели с результатами точных расчетов для реалистического NN взаимодействия, как для сечений, так и, в особенности, для спиновых наблюдаемых.

На Рис. 6 показаны дифференциальные сечения при энергиях падающего протона 440 и 250 МэВ во всем интервале углов. Сплошная кривая соответствует расчету в дифракционной модели (использована д.в.ф. CD-Bonn), штриховая — расчету по теории Фаддеева с потенциалом CD-Bonn. Пик в направлении вперед, обусловленный

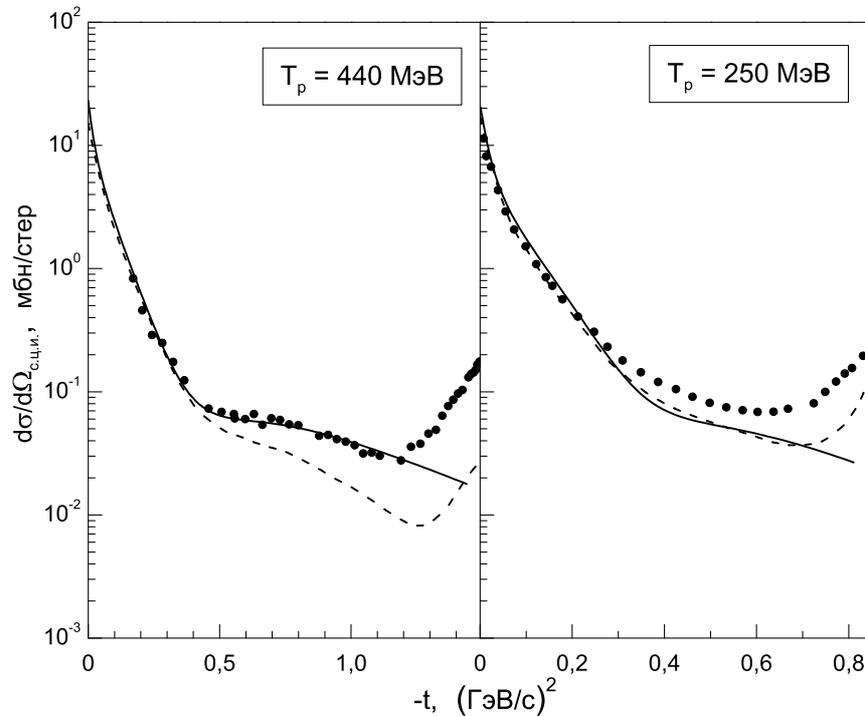


Рис. 6: Дифференциальные сечения pd рассеяния при энергиях падающего протона 440 и 250 МэВ. Штриховыми линиями показаны результаты расчетов по уравнениям Фаддеева с потенциалом CD-Bonn, сплошные линии соответствуют предсказаниям обобщенной дифракционной модели (с д.в.ф. CD-Bonn). Экспериментальные данные взяты из работ [26] (425 МэВ) и [28] (250 МэВ).

однократным рассеянием, одинаково хорошо описывается в обоих подходах. В то же время ясно видно, что при энергии 440 МэВ и при больших переданных импульсах, где начинают доминировать процессы двукратного рассеяния, дифракционная модель описывает эксперимент даже лучше, чем точные фаддеевские уравнения. Это свидетельствует о поразительном взаимном сокращении всех вышеупомянутых поправок к дифракционному приближению. При этом, если результаты, найденные в дифракционном приближении, улучшаются с ростом энергии, то с точными фаддеевскими рас-

четами имеет место обратная ситуация (вследствие ненадежности используемых NN потенциалов при энергиях более 350 МэВ). Значение энергии 250 МэВ можно назвать «точкой перекрывания» двух рассматриваемых подходов.

На Рис. 7 представлены протонные анализирующие способности для тех же энергий (фаддеевский расчет был взят для энергии 392 МэВ). Здесь наблюдается следующая

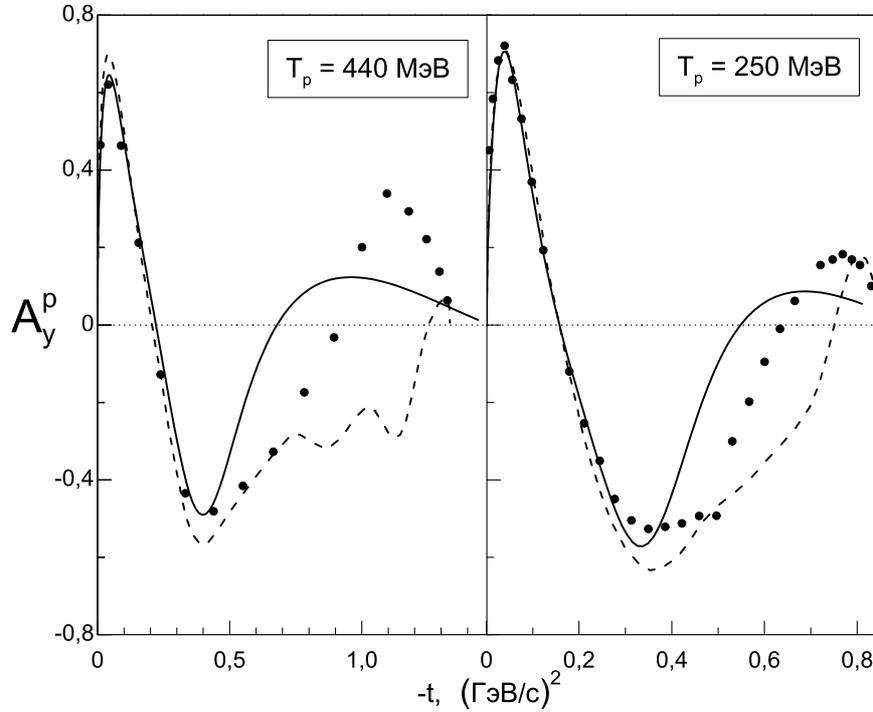


Рис. 7: Протонные анализирующие способности при энергиях 440 и 250 МэВ. Определения кривых те же, что и на Рис. 6 (на левой панели результат фаддеевских расчетов показан для энергии 392 МэВ). Экспериментальные данные взяты из работ [27] (392 МэВ) и [28] (250 МэВ).

картина. В целом дифракционная модель дает более правильный по форме результат. В то же время, оба подхода прекрасно согласуются друг с другом и с экспериментом до $|t| \approx 0.35$ (ГэВ/с)², а далее расходятся как друг с другом, так и с экспериментом. По всей видимости, здесь в игру вступают новые фундаментальные механизмы сильного взаимодействия, природа которых до конца пока не ясна. При этом спиновые наблюдаемые явно более чувствительны к этим новым механизмам, что порождает значительный интерес к их дальнейшим экспериментальным измерениям и теоретическим исследованиям.

4.2 Дейтронные анализирующие способности: сравнение с экспериментом

Теперь, убедившись в работоспособности и хорошей точности построенной нами модели даже при относительно низких энергиях, мы можем продвинуться в сторону больших энергий, где дифракционная модель работает уже заведомо лучше. Опираясь на имеющиеся экспериментальные данные, мы выполнили расчеты более сложных спиновых

наблюдаемых при тех же энергиях (440 и 250 МэВ) и добавили расчет при $T_p = 1$ ГэВ. На Рис. 8 представлены результаты для дейтронных анализирующих способностей (векторной A_y^d и тензорных A_{yy}, A_{xx}). Во всех расчетах была использована дибарионная д.в.ф.

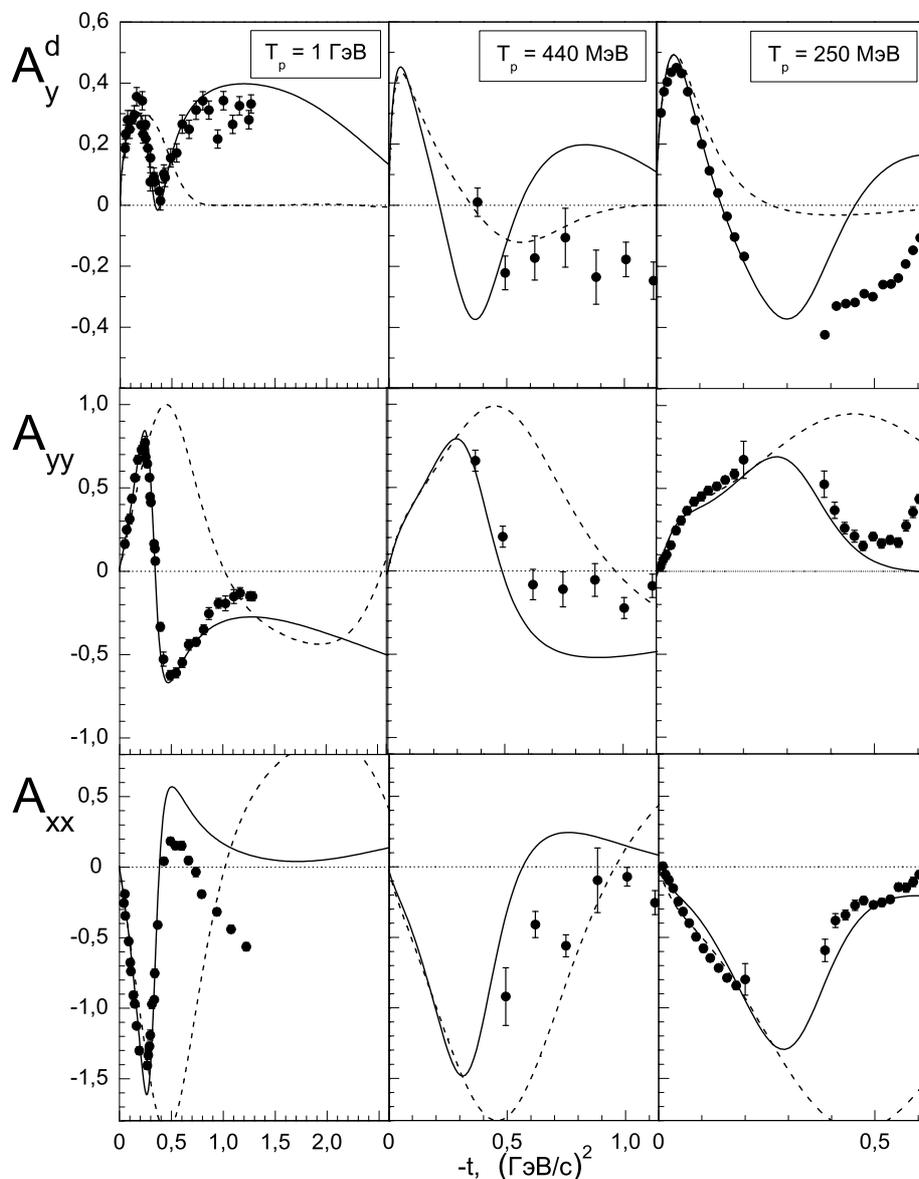


Рис. 8: Дейтронные анализирующие способности при трех энергиях, рассчитанные в рамках обобщенной дифракционной модели (сплошные линии). Штриховыми линиями показан вклад однократного рассеяния. Все расчеты выполнены для функции ДВМ. Экспериментальные данные взяты из работ [29] (1 ГэВ), [30] (440 МэВ) и [31] (200 МэВ).

Стоит сказать отдельно об экспериментальных данных. При энергии 1 ГэВ имеются данные для передней полусферы углов [29]. Измерения дейтронных анализирующих способностей и других спиновых наблюдаемых $\vec{p} + \vec{d}$ рассеяния при энергиях падающих дейтронов в диапазоне $1 \div 6$ ГэВ и в большом интервале углов планируются в настоящее время в ОИЯИ, в Дубне, на модернизированном спин-поляризованном дей-

тронном пучке Нуклотрона. В связи с этим развитие надежной теории pd рассеяния в этой области энергий представляет особый интерес. При энергии 440 МэВ имеются лишь предварительные данные [30] для больших углов рассеяния ($60 \div 140^\circ$ в с.ц.и.). По причине отсутствия экспериментальных данных для дейтронных наблюдаемых при 250 МэВ мы сравнили результаты расчетов с данными при 200 МэВ [31] (для сечений рассеяния и протонной анализирующей способности данные при этих двух энергиях почти неразличимы).

Из Рис. 8 видно, что обобщенная дифракционная модель правильно описывает все рассматриваемые спин-зависящие наблюдаемые. В области $|t| \gtrsim 0.35$ (ГэВ/ c)² тензорная анализирующая способность A_{xx} при энергии 1 ГэВ и векторная анализирующая способность A_y^d при энергии 250 МэВ описываются несколько хуже других наблюдаемых. В целом же расчеты хорошо согласуются с экспериментом даже для сравнительно низких энергий. Из согласия с экспериментальными данными при энергиях 1 ГэВ и 250 МэВ можно сделать вывод о том, что и при промежуточной энергии 440 МэВ теория должна правильно описывать эксперимент. Однако, для малых углов на настоящий момент экспериментальные данные отсутствуют, а предварительные данные при больших углах довольно сильно расходятся с расчетом. Поэтому тут требуется дополнительная проверка точности как теоретических расчетов, так и самих экспериментальных данных.

Штриховыми линиями на рисунке показан вклад однократного рассеяния. Видно, что в спиновых наблюдаемых двукратное рассеяние играет существенную роль при всех энергиях.

4.3 Дифференциальные сечения: анализ различных вкладов

Результаты расчетов дифференциальных сечений изображены на Рис. 9. При всех энергиях теоретические кривые и экспериментальные данные показаны в интервале углов рассеяния $0 \div 120^\circ$ в с.ц.и. (до значений квадрата переданного импульса 2.6, 1.12 и 0.62 (ГэВ/ c)² для энергий 1 ГэВ, 440 МэВ и 250 МэВ соответственно). При $\theta \approx 120 \div 130^\circ$ сечение имеет минимум, а затем возрастает в силу механизма одноуклонного обмена (следствие тождественности двух протонов) и других не учтенных в дифракционной модели фундаментальных механизмов взаимодействия, в частности, $3N$ сил. В то же время рассчитанное нами сечение монотонно убывает. Из сравнения с экспериментом, однако, видно, что до точки минимума, т.е. уже при больших переданных импульсах, сечение весьма хорошо описывается дифракционной теорией при всех рассматриваемых энергиях. В области доминирования однократного рассеяния ($|t| \lesssim 0.35$ (ГэВ/ c)² — общая точка для всех трех энергий!) наблюдается практически идеальное согласие. В переходной области и далее, где основной вклад дает двукратное рассеяние, ситуация не столь однозначная. Наилучшее согласие с экспериментом достигается для средней энергии, 440 МэВ, для большей и меньшей энергий теоретическая кривая идет ниже экспериментальной, хотя и имеет правильное поведение. Можно предположить, что при $T_p = 250$ МэВ мы подходим к нижней границе применимости дифракционного приближения по энергии (в частности, NN дифференциальные сечения уже не имеют ярко выраженного пика в направлении вперед), а при $T_p = 1$ ГэВ могут существенно сказываться релятивистские эффекты. В целом же картина весьма удовлетворительная.

Обобщенная дифракционная модель с использованием современных данных позволяет по-новому оценить вклады в дифференциальное сечение рассеяния различных эффектов, таких как спиновая зависимость NN амплитуд, процессы перезарядки, D -

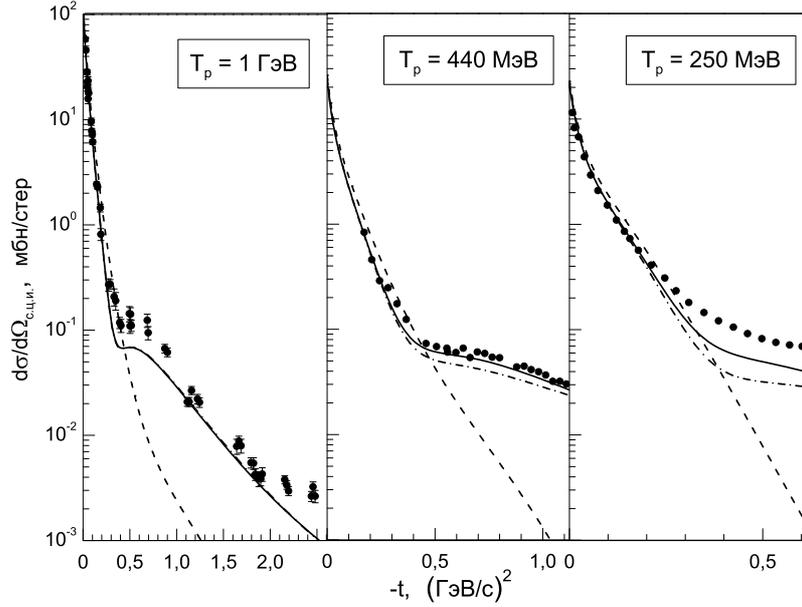


Рис. 9: Дифференциальные сечения упругого pd рассеяния при трех энергиях падающего протона, найденные в рамках обобщенной дифракционной модели (сплошные линии). Штриховыми линиями показан вклад однократного рассеяния. Результаты, изображенные штрих-пунктирными линиями, получены без учета процесса перезарядки. Экспериментальные данные взяты из работ [25] (1 ГэВ), [26] (425 МэВ) и [28] (250 МэВ).

волна дейтрона и др. Рассмотрим эти эффекты подробнее. На Рис. 9 штриховыми линиями показан вклад только однократного рассеяния. Острый пик в направлении вперед обусловлен именно однократным рассеянием, но для правильного описания сечения во всей передней полусфере углов, как хорошо видно из Рис. 9, необходим учет двукратного рассеяния, вклад которого значителен при всех рассматриваемых энергиях. В свою очередь, вклад процесса перезарядки практически незаметен при энергии 1 ГэВ, но с уменьшением энергии его роль возрастает. Это связано с тем, что сечение перезарядки в pn рассеянии также возрастает с уменьшением энергии.

На Рис. 10 показаны вклады D -волны дейтрона и спиновой зависимости NN амплитуд. Влияние спиновой зависимости на сечение, как и следовало ожидать, растет с уменьшением энергии. Спиновые эффекты значительно увеличивают сечение в области доминирования двукратных столкновений, при этом не меняя его формы. При энергии 250 МэВ вклад спиновых эффектов заметен и в однократном рассеянии. В то же время, учет D -волны существенно меняет саму форму сечения при всех энергиях, заполняя резкий минимум в переходной области и превращая его в плоское плечо.

Наконец, на Рис. 11 изображены дифференциальные сечения рассеяния при энергии 1 ГэВ, вычисленные с использованием двух альтернативных моделей д.в.ф.: CD-Вонн (штриховая линия) и ДВМ (сплошная линия). Различия дейтронных формфакторов в этих двух моделях существенно сказываются на однократном рассеянии, но уже при тех переданных импульсах, где доминирует двукратное рассеяние. Поэтому на суммарной кривой эти различия почти не отражаются. Аналогичный результат был получен нами и для спин-зависящих наблюдаемых, при всех трех рассматриваемых энергиях. Это подтверждает сделанное в разделе 3 предположение о том, что дифракционная модель не чувствительна к короткодействующим нуклонным корреляциям.

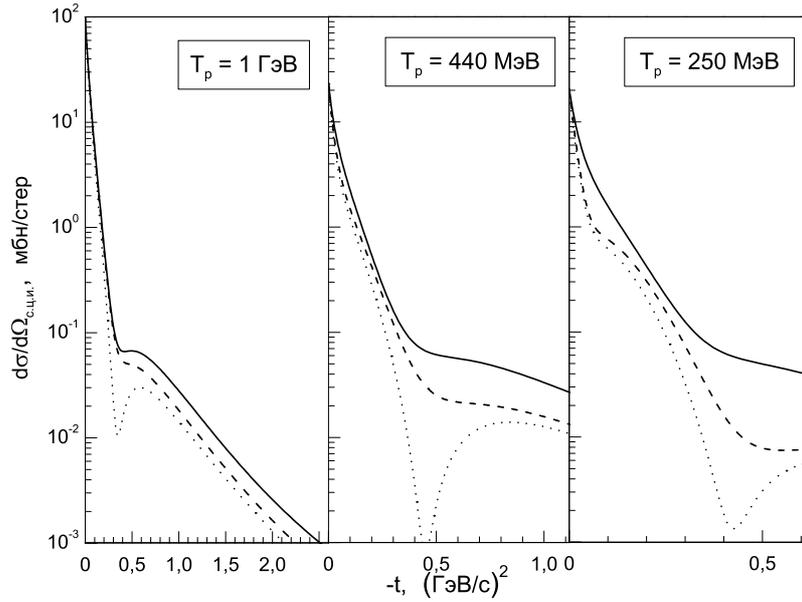


Рис. 10: Различные вклады в дифференциальные сечения pd рассеяния. Пунктирными линиями показаны сечения, рассчитанные без учета D -волны дейтрона и спиновой зависимости NN амплитуд. Сечения, изображенные штриховыми линиями, получены с учетом только D -волны. Сплошные линии соответствуют полному расчету в рамках обобщенной дифракционной модели.

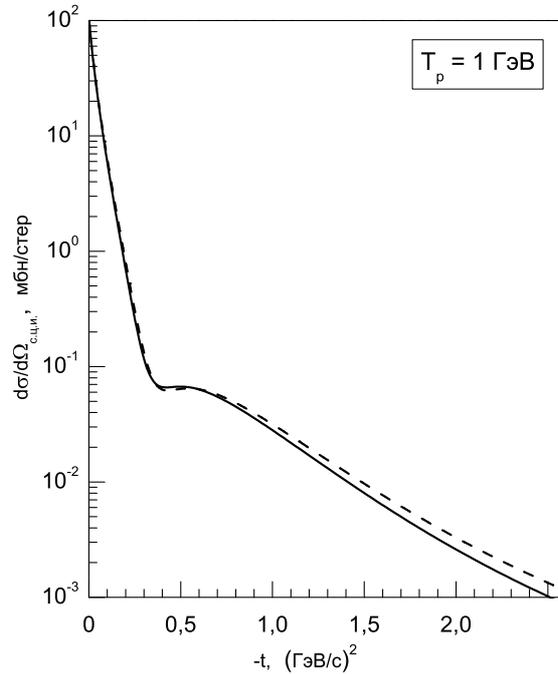


Рис. 11: Дифференциальные сечения pd рассеяния, найденные в рамках обобщенной дифракционной модели для двух альтернативных дейтронных волновых функций. Штриховая линия соответствует д.в.ф. в модели CD-Вонн, сплошная линия — дибарионной модели.

5 Заключение

В настоящей работе был развит формализм, позволяющий обобщить известное дифракционное приближение Глаубера-Ситенко для упругого pd рассеяния, включив в него спиновые и изоспиновые степени свободы участвующих в реакции частиц, а также высшие парциальные компоненты дейтронной волновой функции. В результате были получены явные аналитические выражения для всех двенадцати независимых pd амплитуд через инвариантные NN амплитуды и различные мультипольные составляющие форм-фактора дейтрона. Эти формулы впоследствии могут быть использованы для решения важной обратной задачи — нахождения неизвестных pn амплитуд из экспериментальных данных по pd спиновым наблюдаемым. В настоящий момент фазовый анализ pn рассеяния проведен только до энергий падающего протона $T_p = 1.3$ ГэВ, причем с большим шагом по энергии.

В рамках развитого формализма были выполнены расчеты сечений и анализирующих способностей при трех энергиях падающего протона в лабораторной системе: 1 ГэВ, 440 МэВ и 250 МэВ. Хорошее согласие с экспериментальными данными при всех энергиях, особенно для спин-зависящих наблюдаемых, свидетельствует о том, что область применимости дифракционной модели гораздо шире, чем можно было бы предположить из простых оценок. При этом роль спиновых эффектов существенно возрастает с уменьшением энергии.

Одной из причин получения хороших результатов в рамках дифракционной модели, безусловно, является использование точных и надежных исходных данных. В частности, для построения NN амплитуд нами были использованы последние данные фазового анализа при соответствующих энергиях. Для дейтронной волновой функции рассмотрены две современные модели: CD-Bonn и DBM (дибарионная модель). Первая соответствует стандартной картине мезонного обмена, в то время как последняя основана на фундаментальных симметриях КХД. Соответствующие волновые функции существенно отличаются поведением на малых межнуклонных расстояниях. Однако, результаты расчетов не выявили значительных отличий в сечениях и спиновых наблюдаемых, построенных для разных волновых функций. Это позволило сделать вывод о том, что дифракционная модель, основанная на импульсном приближении и предположении о малых передачах импульса, не чувствительна к короткодействующим нуклонным корреляциям.

Результаты расчетов при относительно низких энергиях (440 и 250 МэВ) позволили сравнить полученные предсказания обобщенной дифракционной модели с результатами точных трехчастичных расчетов на основе уравнений Фаддеева. Было выяснено, что дифракционная модель согласуется с экспериментом не хуже точной трехчастичной теории почти во всем интервале углов. Этот факт свидетельствует о поразительном взаимном сокращении всех поправок к дифракционному приближению и позволяет сделать вывод о том, что причина хорошего описания наблюдаемых кроется не в точности NN потенциала, а лишь в хорошей подгонке исходных эмпирических NN амплитуд. Однако, в области больших передач импульса, т.е. вблизи минимума дифференциального сечения, оба подхода (т.е. точные трехчастичные уравнения и дифракционная модель) дают картину, не согласующуюся с экспериментом. По всей видимости, здесь как раз и проявляются новые фундаментальные степени свободы и новые трехчастичные силы. К настоящему моменту выяснено, что включение стандартных $3N$ сил в фаддеевские расчеты лишь частично устраняет имеющиеся расхождения. Таким образом, наблюдаемые очень сильные расхождения между предсказаниями теоретических расчетов (как

приближенных, так и точных) с экспериментальными данными для больших углов рассеяния, по нашему мнению, прямо указывает на существенные проявления ненуклонных степеней свободы (изобар и дибарионов) в упругом и неупругом pd рассеянии. Результаты данной работы стимулируют дальнейшие поиски в этом направлении.

Благодарности. Автор выражает благодарность проф. В.И. Кукулину за постановку задачи и полезные обсуждения, а также участникам теоретического семинара Лаборатории теории атомного ядра НИИЯФ МГУ за ценные критические замечания.

Список литературы

- [1] H. Witała *et al.*, Phys. Rev. C **71**, 054001 (2005).
- [2] Y. Maeda *et al.*, Phys. Rev. C **76**, 014004 (2007).
- [3] T. Lin *et al.*, Phys. Rev. C **78**, 024002 (2008).
- [4] R. J. Glauber, Phys. Rev. **100**, 242 (1955); in *Lectures in Theoretical Physics*, ed. by W. E. Brittin *et al.* (Interscience Publishers, Inc., New York, 1959), Vol. I, p. 315.
- [5] А. Г. Ситенко, Укр. физ. журн. **4**, 152 (1959); *Теория ядерных реакций* (Энергоатомиздат, Москва, 1983).
- [6] G. Alberi, M. Bleszynski, and T. Jaroszewicz, Ann. Phys. **142**, 299 (1982).
- [7] E. Bleszynski, M. Bleszynski, and T. Jaroszewicz, Phys. Rev. Lett. **59**, 423 (1987).
- [8] М. Гольдбергер, К. Ватсон *Теория столкновений* (Мир, Москва, 1966) [M. Goldberger and K. Watson, *Collision Theory* (Wiley-Interscience, Inc., New York, 1964)].
- [9] J. Pumplin, Phys. Rev. **173**, 1651 (1968).
- [10] E. A. Remler, Phys. Rev. **176**, 2108 (1968).
- [11] V. Franco and R. J. Glauber, Phys. Rev. **142**, 1195 (1966).
- [12] E. Kujawski, D. Sachs, and J. S. Trefil, Phys. Rev. Lett. **21**, 583 (1968).
- [13] V. Franco, Phys. Rev. Lett. **21**, 1360 (1968).
- [14] C. Wilkin, Phys. Rev. Lett. **21**, 561 (1966).
- [15] R. J. Glauber and V. Franco, Phys. Rev. **156**, 1685 (1967).
- [16] D. R. Harrington, Phys. Rev. Lett. **21**, 1496 (1968).
- [17] V. Franco and R. J. Glauber, Phys. Rev. Lett. **22**, 370 (1969).
- [18] D. R. Harrington, Phys. Rev. **184**, 1745 (1969).
- [19] C. Sorensen, Phys. Rev. D **19**, 1444 (1979).

- [20] R. A. Arndt, W. J. Briscoe, I. I. Strakovsky and R. L. Workman, Phys. Rev. C **76**, 025209 (2007); полная база данных SAID доступна на <http://gwdac.phys.gwu.edu>.
- [21] M. Matsuda *et al.*, Comp. Phys. Comm. **131**, 225 (2000).
- [22] R. Machleidt, Phys. Rev. C **63**, 024001 (2001).
- [23] V. I. Kukulin, I. T. Obukhovskiy, V. N. Pomerantsev, and A. Fäbller, Phys. At. Nucl. **64**, 1667 (2001); Int. J. Mod. Phys. E **11**, 1 (2002).
- [24] Ch. Elster *et al.*, Phys. Rev. C **78**, 034002 (2008).
- [25] G. W. Benneth *et al.*, Phys. Rev. Lett. **19**, 387 (1967).
- [26] N. E. Booth *et al.*, Phys. Rev. D **4**, 1261 (1971).
- [27] A. Tamii *et al.*, in *Proc. of the 17th International Spin Physics Symposium SPIN2006, Kyoto, 2006*, ed. by K. Imai and T. Murakami *et al.* (AIP, 2007), p. 765.
- [28] K. Hatanaka *et al.*, Phys. Rev. C **66**, 044002 (2002).
- [29] M. Haji-Saied *et al.*, Phys. Rev. C **36**, 2010 (1987).
- [30] K. Suda *et al.*, in *Proc. of the 17th International Spin Physics Symposium SPIN2006, Kyoto, 2006*, ed. by K. Imai and T. Murakami *et al.* (AIP, 2007), p. 920.
- [31] B. von Przewoski *et al.*, Phys. Rev. C **74**, 064003 (2006).

Приложение: Параметры спиральных NN амплитуд и дейтронных волновых функций

В настоящем приложении мы приводим параметры пятичленного гауссова разложения NN спиральных амплитуд и дейтронных волновых функций (см. формулы (21), (22) в разделе 3). Эти параметры были использованы в вычислениях, результаты которых представлены в данной работе.

В табл. 4 и 5 даны коэффициенты разложения pp и pn амплитуд, соответственно, при энергии протона $T_p = 1$ ГэВ. Параметры, обозначенные через CR_i, AR_i , относятся к действительным частям, а CI_i, AI_i — к мнимым частям амплитуд. Линейные параметры CR_i и CI_i выражаются в $\text{мбн}^{1/2}/\text{ГэВ}^n$, где $n = 1$ для N_0, U_0 и $(U_2 - N_2)/2$, $n = 2$ для N_1 и $n = 3$ для $(U_2 + N_2)/2$. В табл. 6 и 7 представлены параметры дейтронных волновых функций в двух моделях: дибарионной и CD-BONN.

Среднеквадратичное отклонение χ^2 во всех таблицах определено следующим образом:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N (f_i - \tilde{f}_i)^2,$$

где N есть число точек разбиения, а f_i и \tilde{f}_i представляют значения точной и приближенной функций в этих точках.

Таблица 4: Параметры спиральных pp амплитуд при энергии $T_p = 1$ ГэВ.

	i	CR_i (мбн ^{1/2} /ГэВ ^{n})	AR_i (ГэВ ⁻²)	CI_i (мбн ^{1/2} /ГэВ ^{n})	AI_i (ГэВ ⁻²)
N_0	1	$-0.2370849E + 01$	$0.1271132E + 02$	$0.2474585E + 03$	$0.1147534E + 01$
	2	$0.2944713E + 04$	$0.3627809E + 01$	$-0.1167199E + 03$	$0.9817775E + 00$
	3	$-0.1205936E + 04$	$0.4352294E + 01$	$0.1234351E + 04$	$0.1769125E + 01$
	4	$0.4885749E + 03$	$0.5003959E + 01$	$-0.1359411E + 04$	$0.1717827E + 01$
	5	$-0.2227340E + 04$	$0.3512172E + 01$	$0.4745866E + 01$	$0.7009792E + 01$
	χ^2	$0.3447740E - 01$		$0.3146107E - 01$	
U_0	1	$0.1493321E + 03$	$0.3007975E + 01$	$-0.2116170E + 00$	$0.1621314E + 00$
	2	$-0.1830597E + 03$	$0.3100545E + 01$	$0.4175857E + 01$	$0.1839830E + 01$
	3	$0.3286755E + 00$	$0.2091349E + 02$	$-0.1328535E + 02$	$0.3651911E + 01$
	4	$0.4398395E + 02$	$0.4172556E + 01$	$0.1502974E + 02$	$0.5311368E + 01$
	5	$-0.9030405E + 01$	$0.7842815E + 01$	$-0.7249974E + 01$	$0.7092469E + 01$
	χ^2	$0.4339781E - 03$		$0.1220185E - 02$	
N_1	1	$0.2109781E + 01$	$0.1728840E + 01$	$-0.3509267E + 00$	$0.2285959E + 02$
	2	$-0.6162544E + 01$	$0.2290930E + 01$	$0.4981168E - 01$	$0.5240040E + 00$
	3	$0.1591380E + 02$	$0.4084840E + 01$	$-0.1928210E + 01$	$0.3312704E + 01$
	4	$-0.2987791E + 02$	$0.5958357E + 01$	$-0.4583731E + 01$	$0.4795618E + 01$
	5	$0.1131797E + 02$	$0.7790463E + 01$	$0.2614488E + 01$	$0.6600623E + 01$
	χ^2	$0.1340133E - 03$		$0.2398505E - 02$	
$\frac{U_2-N_2}{2}$	1	$-0.2021693E + 01$	$0.3034218E + 01$	$0.5584046E + 00$	$0.1466092E + 01$
	2	$-0.2023385E - 01$	$0.2428309E + 05$	$-0.2625167E + 01$	$0.2305416E + 01$
	3	$-0.4346238E + 01$	$0.9450458E + 01$	$0.8202009E + 01$	$0.4190570E + 01$
	4	$0.5025444E + 01$	$0.4257902E + 01$	$-0.9900066E + 01$	$0.6156841E + 01$
	5	$-0.1171227E + 01$	$0.8311188E + 02$	$0.3043820E + 01$	$0.8164182E + 01$
	χ^2	$0.2881700E - 01$		$0.8384821E - 02$	
$\frac{U_2+N_2}{2}$	1	$0.4010647E + 02$	$0.4735456E + 02$	$-0.5807302E + 01$	$0.7308395E + 01$
	2	$-0.4601986E + 03$	$0.1260900E + 02$	$-0.5773172E + 01$	$0.2138717E + 01$
	3	$0.1745105E + 02$	$0.4596751E + 01$	$0.3740526E + 00$	$0.2546569E + 02$
	4	$0.4824520E + 03$	$0.1307805E + 02$	$-0.1160816E + 01$	$0.1907263E + 04$
	5	$0.3314367E + 02$	$0.1102181E + 03$	$0.4394428E + 00$	$0.4243616E + 03$
	χ^2	$0.2314414E - 02$		$0.3490489E - 01$	

Таблица 5: Параметры спиральных pn амплитуд при энергии $T_p = 1$ ГэВ.

	i	CR_i (мбн $^{1/2}$ /ГэВ n)	AR_i (ГэВ $^{-2}$)	CI_i (мбн $^{1/2}$ /ГэВ n)	AI_i (ГэВ $^{-2}$)
N_0	1	$-0.5894853E - 01$	$0.3134185E + 05$	$0.1534183E - 01$	$0.5365823E + 02$
	2	$-0.7194564E + 01$	$0.2927490E + 01$	$0.8018029E + 01$	$0.1774895E + 01$
	3	$0.1878320E + 02$	$0.9212164E + 01$	$-0.1420515E + 02$	$0.3502259E + 01$
	4	$-0.5422398E + 01$	$0.1091784E + 02$	$0.1987845E + 02$	$0.5468171E + 01$
	5	$-0.9897718E + 01$	$0.8684971E + 01$	$-0.4934510E + 01$	$0.7140916E + 01$
	χ^2	$0.1602948E - 01$		$0.5312073E - 02$	
U_0	1	$-0.8582494E + 00$	$0.1000887E + 01$	$0.3890009E + 00$	$0.2458016E + 00$
	2	$0.3929665E + 01$	$0.1904799E + 01$	$-0.4102911E + 01$	$0.1568080E + 01$
	3	$-0.6687084E + 01$	$0.4706147E + 01$	$0.1184114E + 02$	$0.3552893E + 01$
	4	$0.5374342E + 01$	$0.8414765E + 01$	$-0.9589189E + 01$	$0.5408167E + 01$
	5	$-0.2382602E + 01$	$0.1290678E + 02$	$0.1344100E + 01$	$0.7032356E + 01$
	χ^2	$0.3040577E - 01$		$0.1490572E - 02$	
N_1	1	$0.1074820E + 00$	$0.9367460E + 02$	$0.1112487E + 03$	$0.3290332E + 01$
	2	$-0.6445398E - 01$	$0.3212665E + 00$	$-0.2095137E + 00$	$0.1066828E + 01$
	3	$0.7035228E + 01$	$0.3524121E + 01$	$-0.1312343E + 03$	$0.3433815E + 01$
	4	$-0.2400067E + 02$	$0.5701548E + 01$	$0.2498678E + 02$	$0.5104615E + 01$
	5	$0.1013610E + 02$	$0.7587452E + 01$	$-0.7914932E + 01$	$0.6836382E + 01$
	χ^2	$0.3257560E - 02$		$0.3437672E - 03$	
$\frac{U_2 - N_2}{2}$	1	$0.6997013E + 00$	$0.1530812E + 03$	$0.6061326E + 00$	$0.3857045E + 01$
	2	$-0.4563496E + 02$	$0.1450139E + 02$	$-0.2214017E + 01$	$0.2839633E + 01$
	3	$0.3600904E + 02$	$0.1292939E + 02$	$0.4030517E + 01$	$0.5350662E + 01$
	4	$0.1223364E + 02$	$0.1968641E + 02$	$-0.3776007E + 01$	$0.8112113E + 01$
	5	$-0.8266295E + 00$	$0.2406998E + 01$	$0.8763169E + 00$	$0.1270774E + 02$
	χ^2	$0.1151958E - 01$		$0.3488501E - 01$	
$\frac{U_2 + N_2}{2}$	1	$-0.5348374E + 02$	$0.7597417E + 02$	$-0.6928406E + 00$	$0.1636820E + 02$
	2	$0.5382932E + 03$	$0.9749653E + 01$	$-0.6949058E - 01$	$0.3614245E + 00$
	3	$-0.1010243E + 04$	$0.1079707E + 02$	$0.6514509E + 01$	$0.2516221E + 01$
	4	$0.9106097E + 03$	$0.1389751E + 02$	$-0.1062030E + 02$	$0.3127041E + 01$
	5	$-0.4964102E + 03$	$0.1630767E + 02$	$-0.9985939E + 00$	$0.5463522E + 01$
	χ^2	$0.1559494E - 01$		$0.1894356E - 01$	

Таблица 6: Параметры дейтронной волновой функции в дибарионной модели.

i	$C0_i (\Phi_M^{-3/2})$	$A0_i (\Phi_M^{-2})$	$C2_i (\Phi_M^{-7/2})$	$A2_i (\Phi_M^{-2})$
1	$-0.8772299E - 01$	$0.3661063E - 01$	$-0.1299320E - 03$	$0.2889024E - 01$
2	$-0.1726077E - 01$	$0.9816141E - 02$	$-0.2436547E + 00$	$0.1005785E + 01$
3	$-0.2188573E + 00$	$0.1364221E + 00$	$-0.4668394E - 01$	$0.3471924E + 00$
4	$-0.2792448E + 00$	$0.5122986E + 00$	$-0.3937615E - 02$	$0.1096631E + 00$
5	$0.1533457E + 01$	$0.3490136E + 01$	$0.7064251E + 00$	$0.8340583E + 01$
χ^2	$0.3213092E - 03$		$0.9611353E - 04$	

Таблица 7: Параметры дейтронной волновой функции в модели CD-Bonn.

i	$C0_i (\Phi_M^{-3/2})$	$A0_i (\Phi_M^{-2})$	$C2_i (\Phi_M^{-7/2})$	$A2_i (\Phi_M^{-2})$
1	$0.2735080E - 01$	$0.1248299E - 01$	$0.1748384E - 03$	$0.3229171E - 01$
2	$0.2134582E + 00$	$0.1633824E + 00$	$0.1908814E - 01$	$0.1911095E + 00$
3	$0.1044782E + 00$	$0.4765748E - 01$	$0.2391706E + 00$	$0.8486950E + 00$
4	$0.2476300E + 00$	$0.5146949E + 00$	$-0.2814899E + 00$	$0.9955802E + 01$
5	$-0.2901292E + 00$	$0.2412550E + 01$	$-0.5504276E + 00$	$0.6477437E + 02$
χ^2	$0.7623137E - 04$		$0.4146497E - 02$	

Мария Николаевна Платонова

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ И ПРЕДЕЛОВ ПРИМЕНИМОСТИ
ДИФРАКЦИОННОЙ МОДЕЛИ ГЛАУБЕРА-СИТЕНКО НА ПРИМЕРЕ
СПИНОВЫХ НАБЛЮДАЕМЫХ УПРУГОГО pd РАССЕЯНИЯ**

Препринт НИИЯФ МГУ № 2009-2/846

Работа поступила в ОНТИ 04.03.2009