

# Новая неинтегрированная функция распределения глюонов в протоне

**Максим Малышев**  
**Артем Липатов**

A.V. Lipatov, G.I. Lykasov, M.A. Malyshev, Phys.Rev. **D 107** (2023) 014022

A.V. Lipatov, G.I. Lykasov, M.A. Malyshev, Phys.Lett. **B 839** (2023) 137780

A.V. Lipatov, M.A. Malyshev, Phys.Rev. **D 108** (2023) 014022

A.V. Lipatov, G.I. Lykasov, M.A. Malyshev, Phys.Lett. **B 848** (2024) 138390

# Функции распределения в протоне

## *Коллинеарный подход*

$$\sigma = \hat{\sigma} \otimes f(x, \mu^2)$$

$f(x, \mu^2)$  – коллинеарная функция распределения, подчиняется уравнениям эволюции DGLAP

LHAPDF: 1460 наборов

<https://lhapdf.hepforge.org/pdfsets>

## *$k_T$ -факторизационный подход*

$$\sigma = \hat{\sigma}^* \otimes f(x, \mathbf{k}_T^2, \mu^2)$$

$f(x, \mathbf{k}_T^2, \mu^2)$  – неинтегрированная (TMD, transverse momentum dependent) функция распределения, подчиняется уравнению BFKL или CCFM

TMDlib: ~30 наборов

<https://tmdlib.hepforge.org/doxy/html/pdfsets.html>

# Начальное распределение

Начальное распределение глюонов для последующей ССФМ эволюции может быть определено из данных по рождению мягких адронов в модифицированной модели кварк-глюонных струй, где мы предполагаем рождение непертурбативных глюонов при малых масштабах.

- Глюонное распределение не зависит от масштаба при  $\mu < \mu_{sat}$
- Непертурбативный глюон может рассматриваться как спектатор в  $pp$  столкновениях

$$\rho(x, p_T) = \rho_q(x, p_T) + \rho_g(x, p_T)$$

$$F_{pp} = f_{3q}^{(0)} \Psi_g$$

$$|\Psi_g|^2 \sim f_g^{(0)}(x, \mathbf{k}_T^2, \mu_0^2)$$

$$\rho_q(x, p_T) = |f_{3q}^{(0)}|^2 \otimes D_{q/qq \rightarrow h} \times \int d^2 k_T dz f_g^{(0)}(z, \mathbf{k}_T^2, \mu_0^2)$$

$$\rho_g(x, p_T) = f_g^{(0)} \otimes D_{g \rightarrow h} \times \sigma_{in}^{pp}$$

$$E \frac{d^3 \sigma}{d^3 p} = \sigma_1 \phi_g^{(1)}(s, x, p_T) + \sigma_{in} \phi_g^{(2)}(s, x, p_T)$$

# Начальное распределение

$$f_g^{(0)}(x, k_T^2, \mu_0^2) = c_g(1-x)^{b_g} \left( R_0^2(x)(k_T^2 + m_g^2) + \sum_{n=1}^3 C_n (R_0(x)k_T)^n \right) e^{-R_0(x)k_T}$$

$$R_0(x) = \frac{1}{Q_0} \left( \frac{x}{x_0} \right)^{\lambda/2}$$

$$C_1 = 5, C_2 = 2, C_3 = 2, Q_0 = 1.23$$

$$b_g = b_g(0) + \frac{4C_A}{\beta_0} \log \frac{\alpha_s(\mu_0^2)}{\alpha_s(k_T^2)}$$

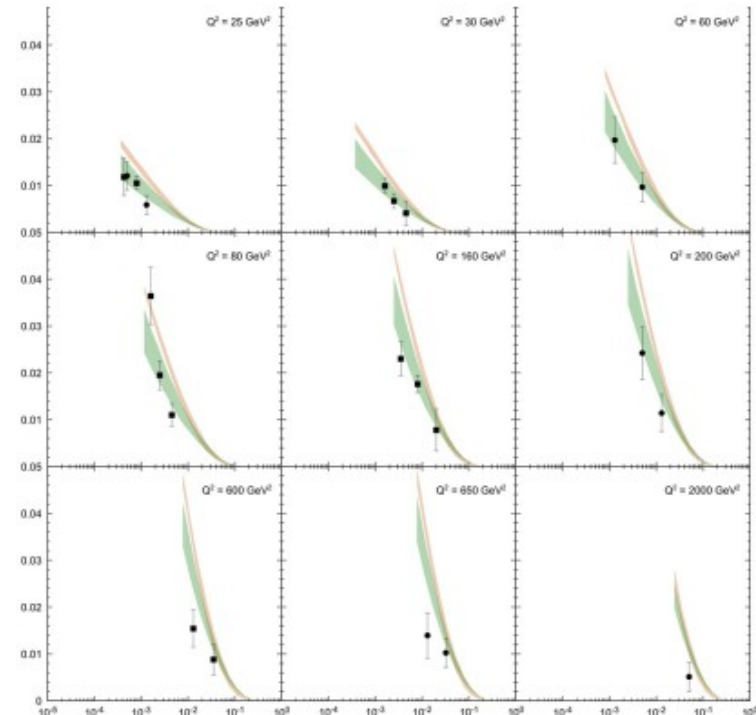
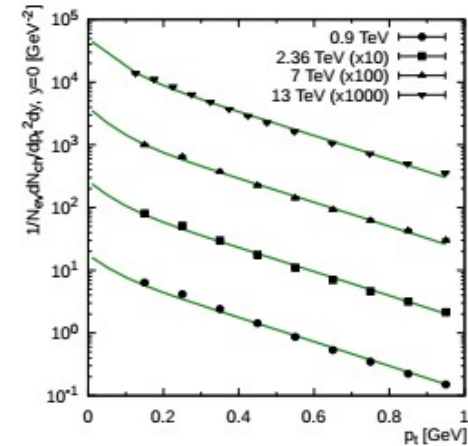
$$b_g(0) = 5.854$$

# Новая TMD функция распределения глюонов LLM'2022

- Начальное распределение при малых  $Q^2$  и  $x$  было выбрано так, чтобы хорошо описывались спектры по множественностям рождения мягких адронов ( $\pi$  и  $K$ -мезонов). Для вычисления использовалась модифицированная модель кварк-глюонных струй.

- Полученное распределение далее применялось как начальное условие в уравнении SCFM, чтобы получить значения функции при более высоких  $Q^2$ .

- Параметры, важные при больших  $x$ , были определены из сравнения с данными HERA и LHC по  $b$ -струям, бозонам Хиггса и  $F_2^{c,b}$ .



# Структурная функция протона $F_2(x, Q^2)$

При малых  $Q^2$  структурную функцию протона  $F_2(x, Q^2)$  можно вычислить в рамках дипольной модели [Golec-Biernat, Wusthoff, Phys. Rev. **D 59**, 014017 (1998)]:

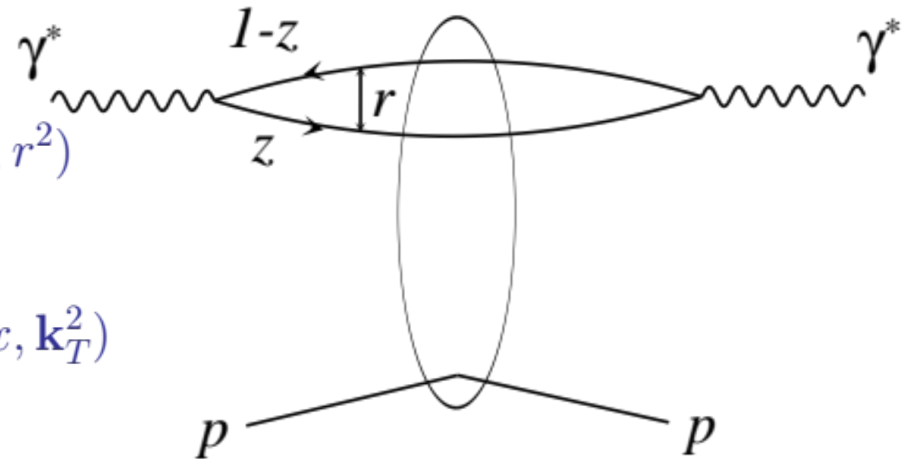
$$\sigma_{T,L}(x, Q^2) = \int d^2\mathbf{r} \int_0^1 dz |\Psi_{T,L}(z, r)|^2 \hat{\sigma}(x, r^2)$$

$$\hat{\sigma}(x, r^2) = \frac{4\pi^2\alpha_s}{3} \int \frac{d\mathbf{k}_T^2}{\mathbf{k}_T^2} \{1 - J_0(|\mathbf{k}_T|r)\} f_g(x, \mathbf{k}_T^2)$$

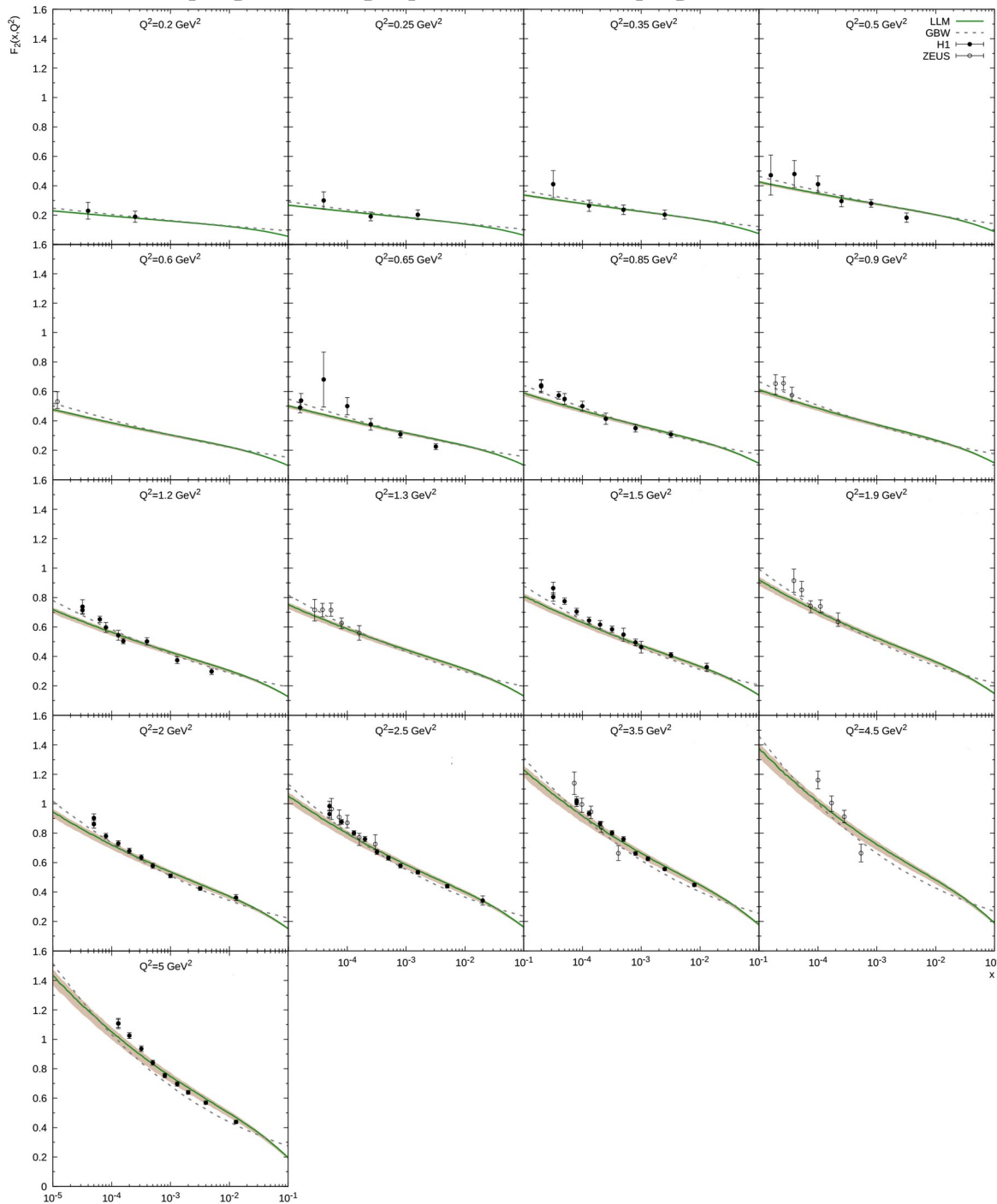
$$F_2(x, Q^2) = F_T(x, Q^2) + F_L(x, Q^2)$$

$$F_{T,L}(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_{em}} \sigma_{T,L}(x, Q^2)$$

$$\sigma_r(x, Q^2) = \frac{Q^4 x}{2\pi\alpha^2(1-y^2)} \frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = F_2(x, Q^2) - f(y)F_L(x, Q^2)$$

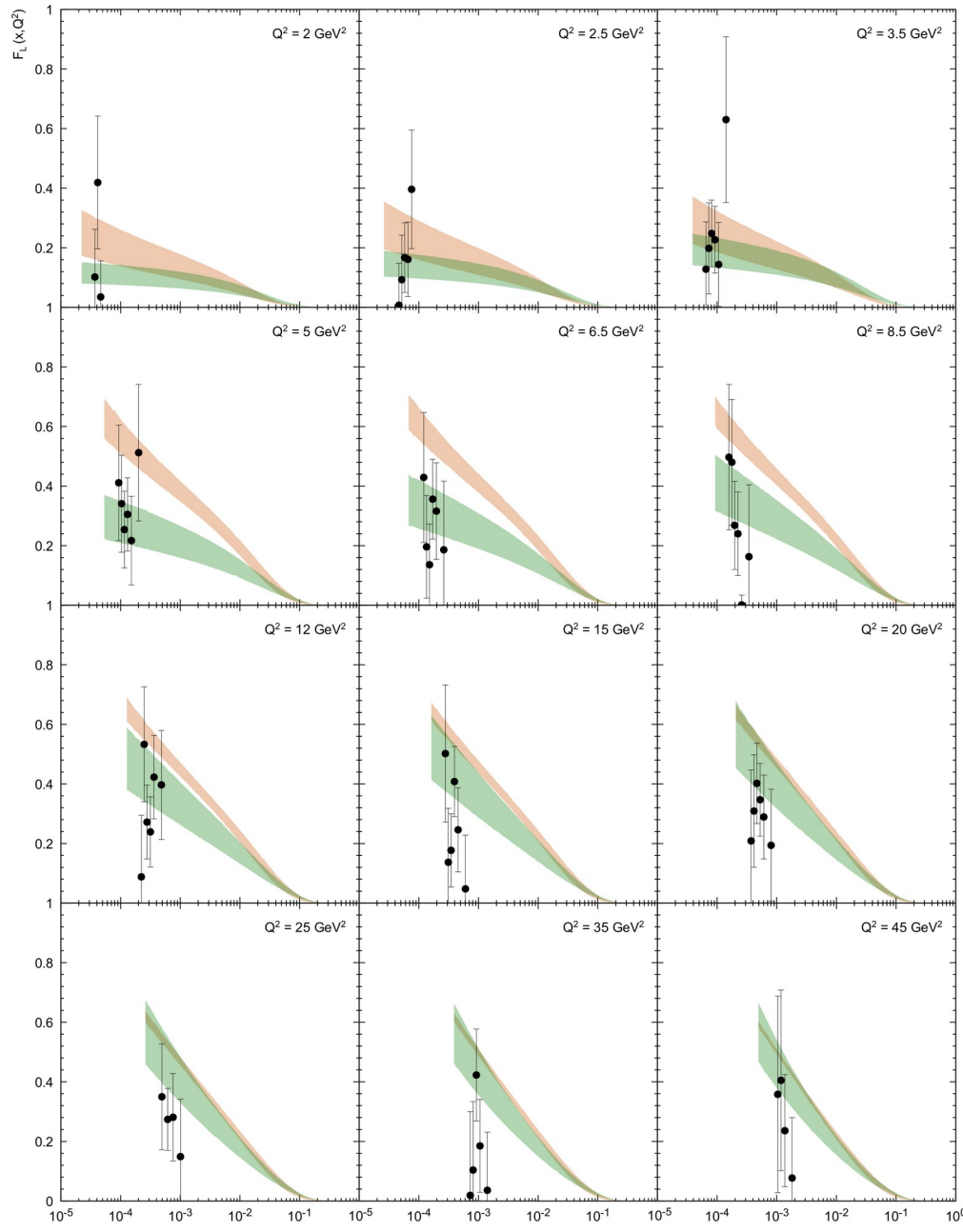


# Структурная функция протона $F_2(x, Q^2)$



Зеленая линия: LLM  
Серая пунктирная линия: GBW  
Данные коллабораций H1 и ZEUS [Eur. Phys. J. C **7**, 609 (1999); **63**, 625 (2009)]

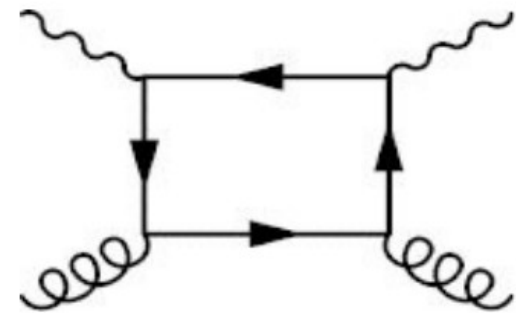
# Продольная структурная функция $F_L$



Зеленая полоса: LLM'2022

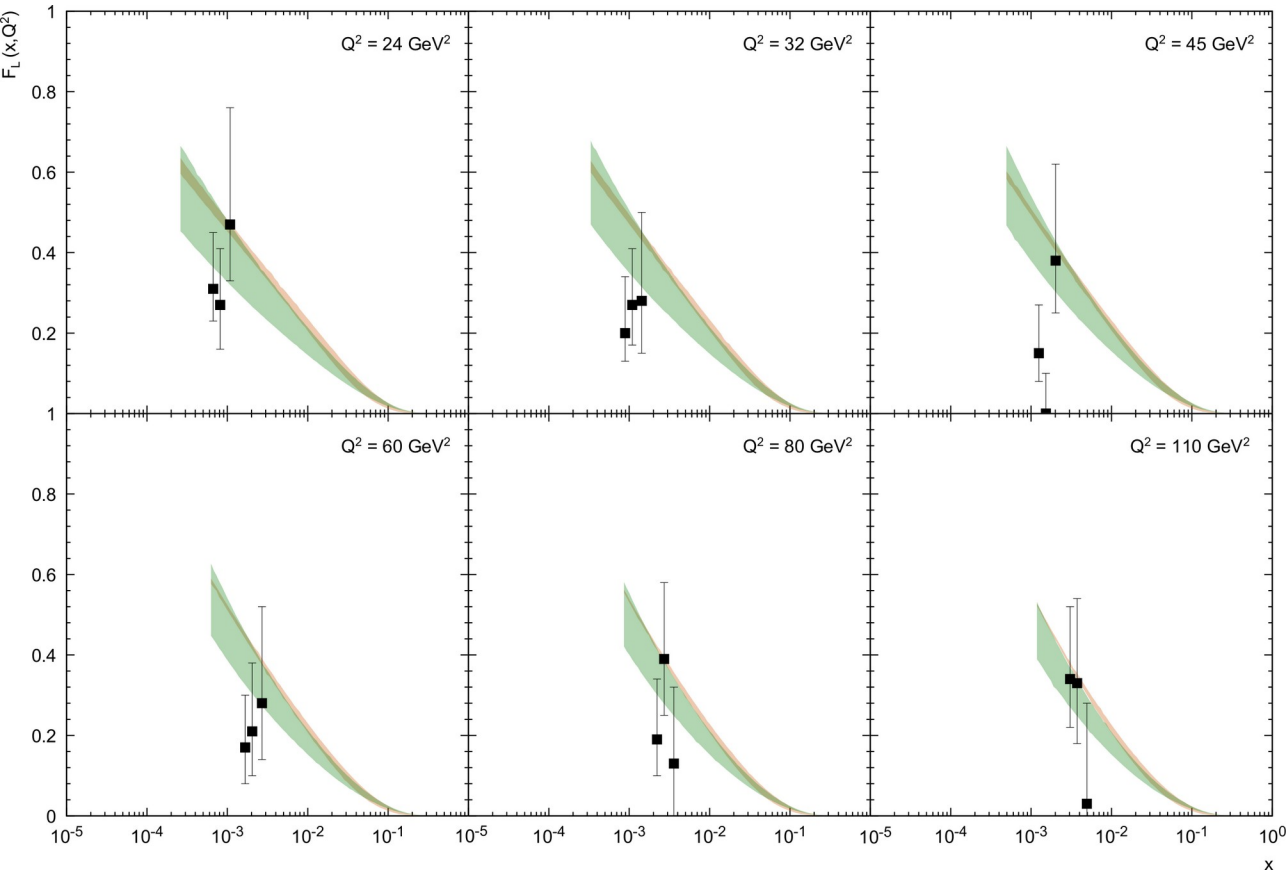
Красная полоса: JH'2013 set 2

Данные коллаборации H1  
[Eur. Phys. J. **C 71** (2011) 1579]





# Продольная структурная функция $F_L$

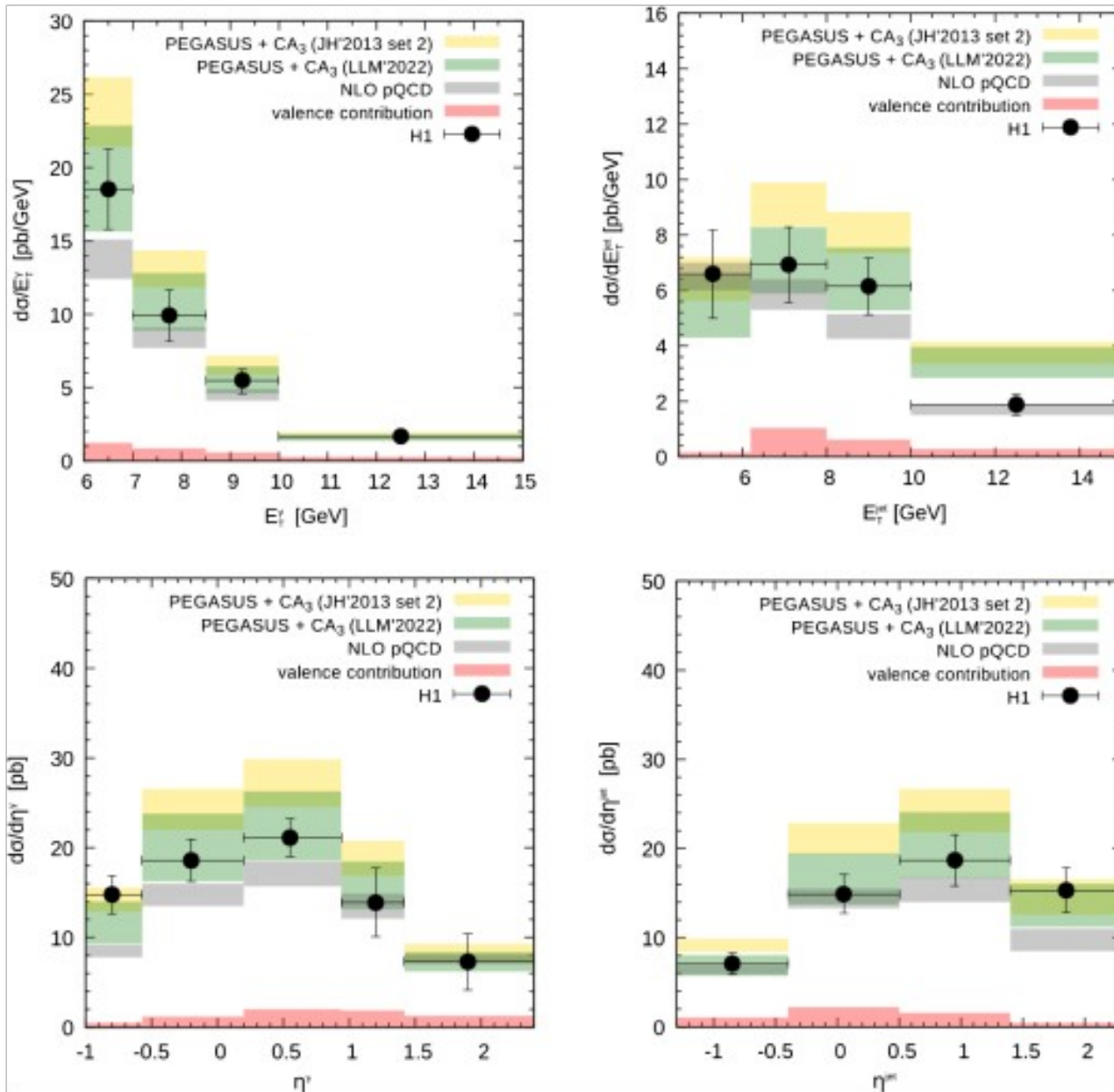


Зеленая полоса: LLM'2022

Красная полоса: JH'2013 set 2

Data from ZEUS  
[Phys. Lett. **B 682** (2009) 8]

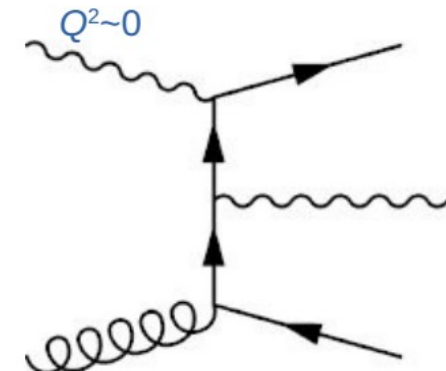
# Ассоциативное фоторождение прямых фотонов со струями



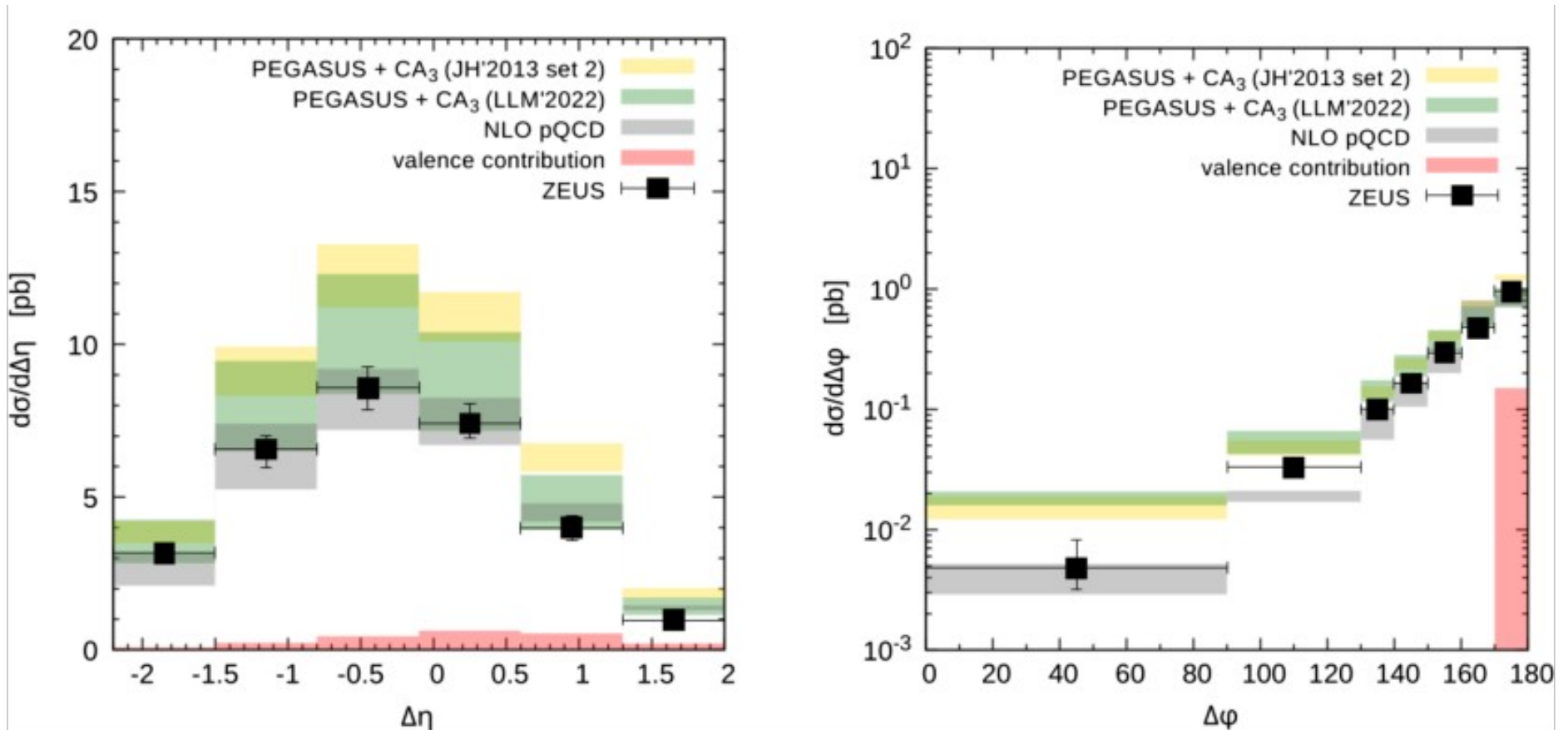
Предсказания NLO pQCD и экспериментальные данные взяты из работы коллаборации H1 [Eur. Phys. J. **C 66** (2010) 17].

Для вычислений использован Монте-Карло генератор PEGASUS.

Партонные ливни (**важных для правильного учета кинематики струй**) учтены с помощью Монте-Карло генератора CASCADE3.



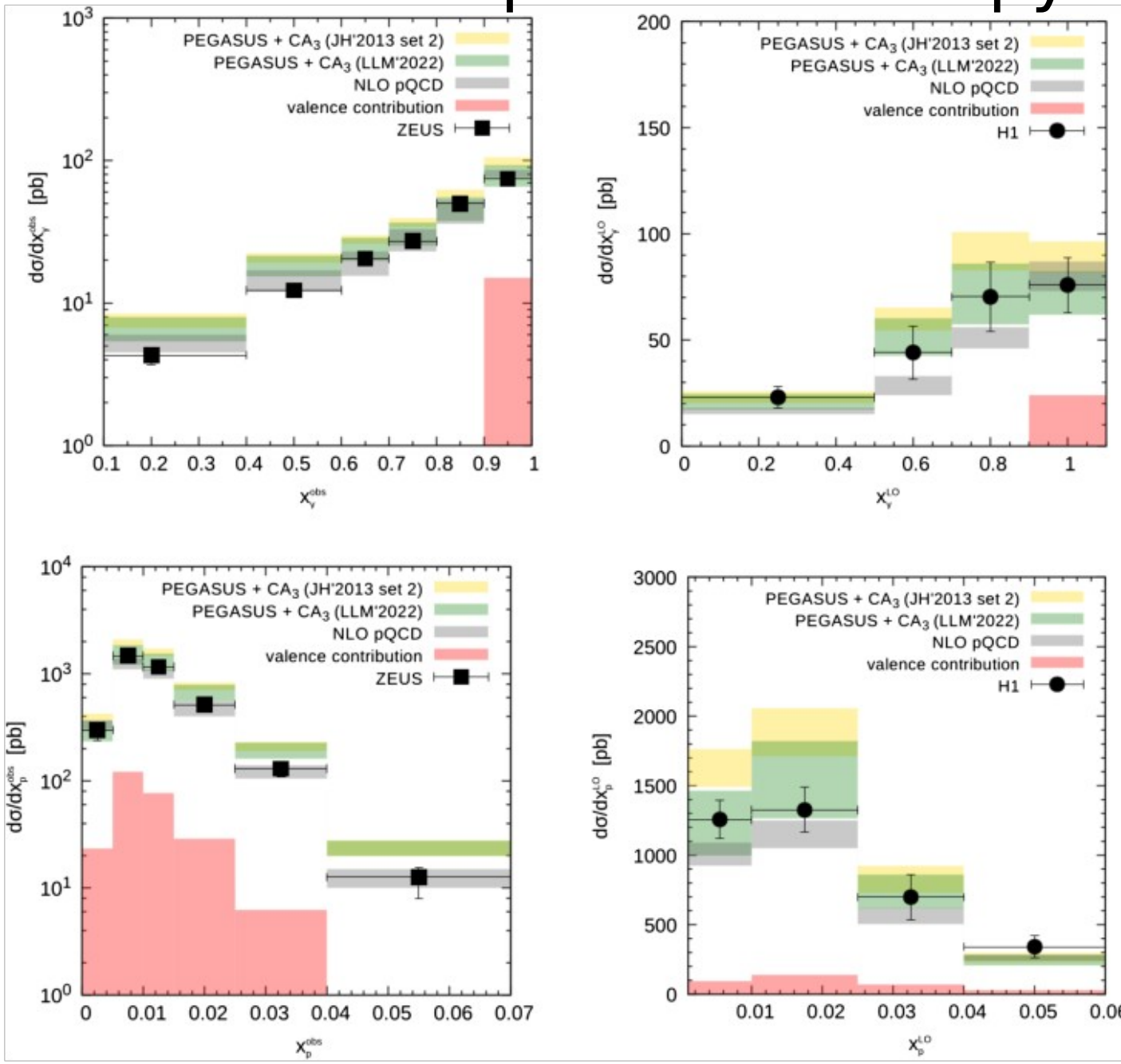
# Ассоциативное фоторождение прямых фотонов со струями



Предсказания NLO pQCD и экспериментальные данные взяты из работы кол-  
лаборации ZEUS

[Phys. Lett. **B 730** (2014) 293; JHEP **1408** (2014) 023]

# Ассоциативное фоторождение прямых фотонов со струями



Предсказания NLO pQCD и экспериментальные данные взяты из работ коллабораций H1 and ZEUS [Eur. Phys. J. **C 66** (2010) 17; Phys. Lett. **B 730** (2014) 293]

# Заключение

*Представлена новая неинтегрированная функция распределения глюонов в протоне - LLM'2022.*

- Получено хорошее описание данных коллабораций ZEUS и H1 с помощью новой функции LLM'2022.
- Впервые в  $k_T$ -факторизации были учтены партонные ливни для процесса фоторождения.
- С помощью дипольной модели удалось описать данные HERA по структурной функции протона  $F_2(x, Q^2)$ .
- Новая функция LLM'2022 доступна в Монте-Карло генераторе PEGASUS (<https://theory.sinp.msu.ru/doku.php/pegasus/news>) и библиотеке TMDlib.

Back up

# Recipe

Non-perturbative input

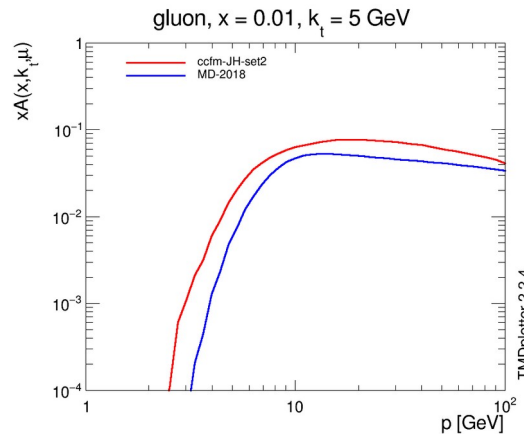
$$f_g^{(0)}(x, \mathbf{k}_T^2, \mu_0^2) = c_g R_0^2(x) \mathbf{k}_T^2 e^{-R_0^2(x) \mathbf{k}_T^2}$$

$$\mathcal{A}^{(0)}(x, \mathbf{k}_T^2, \mu_0^2) = A_1 x^{-A_2} (1-x)^{A_3} e^{-\mathbf{k}_T^2/\sigma^2}$$

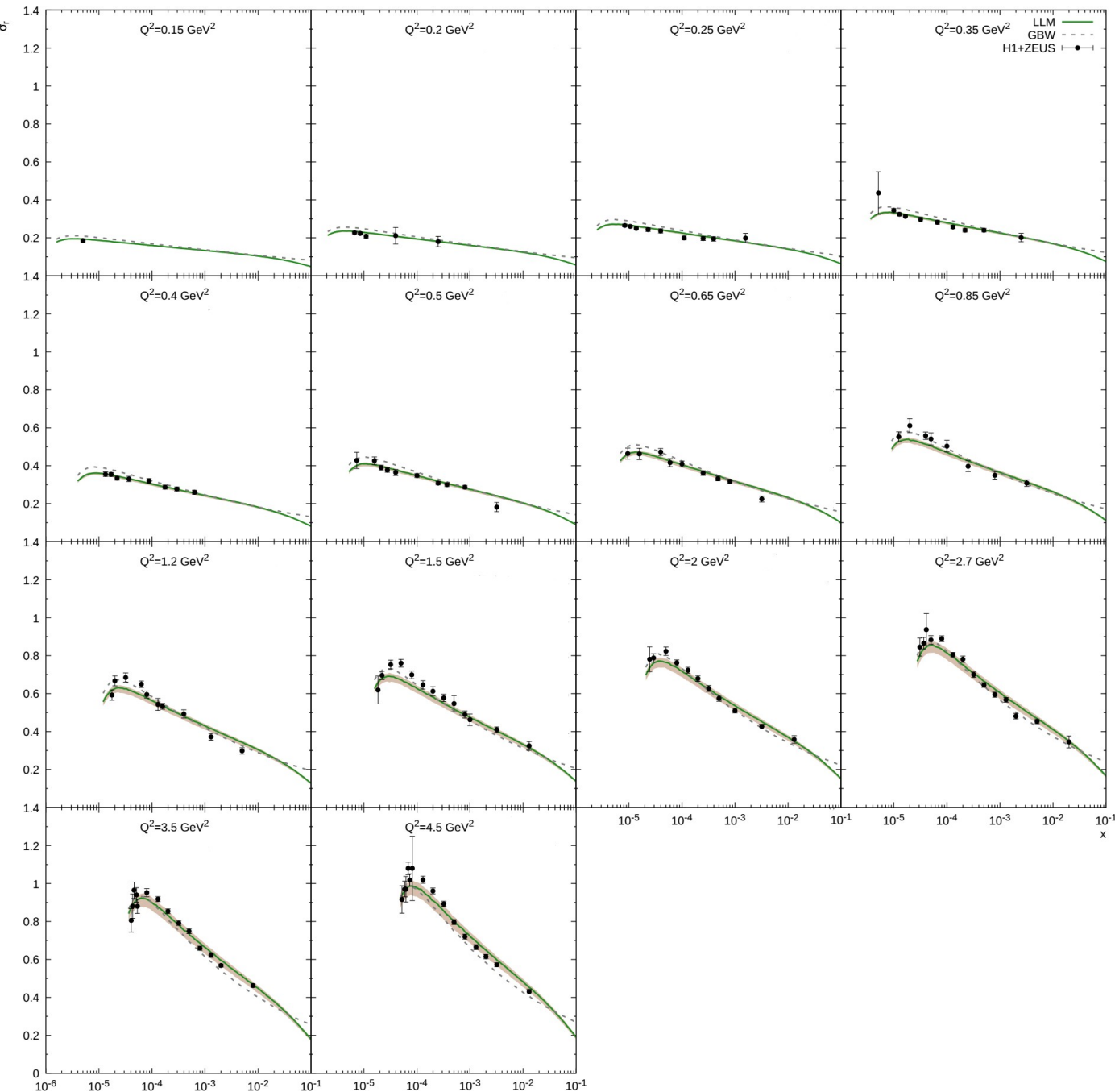
CCFM evolution

$$\mathcal{A}(x, k_t, p) = \mathcal{A}_0(x, k_t, p) + \int \frac{dz}{z} \int \frac{dq^2}{q^2} \Theta(p - zq) \times \Delta(p, zq) \mathcal{P}(z, q, k_t) \mathcal{A}\left(\frac{x}{z}, k_t + (1-z)q, q\right)$$

TMD at any scale



# Структурная функция протона $F_2(x, Q^2)$



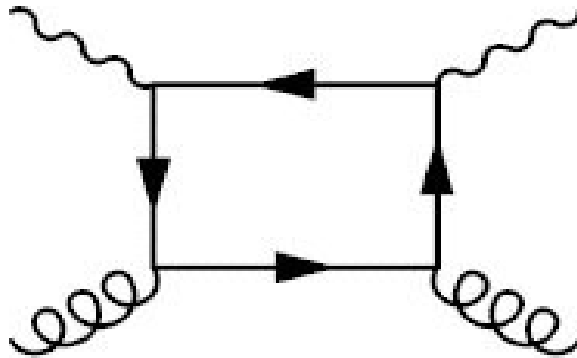
Зеленая линия: LLM  
Серая пунктирная линия: GBW  
Данные коллабораций H1 и ZEUS [Eur. Phys. J. C **75**, 580 (2015)]



# Longitudinal structure function $F_L$

- $F_L$  provides a test for gluon content of proton.

$$F_L(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{dz}{z} \int d\mathbf{k}_T^2 \sum e_f^2 C_L^g(x/z, Q^2, m_f^2, \mathbf{k}_T^2) f_g(z, \mathbf{k}_T^2, \mu^2)$$



# Longitudinal structure function $F_L$

## Parameters

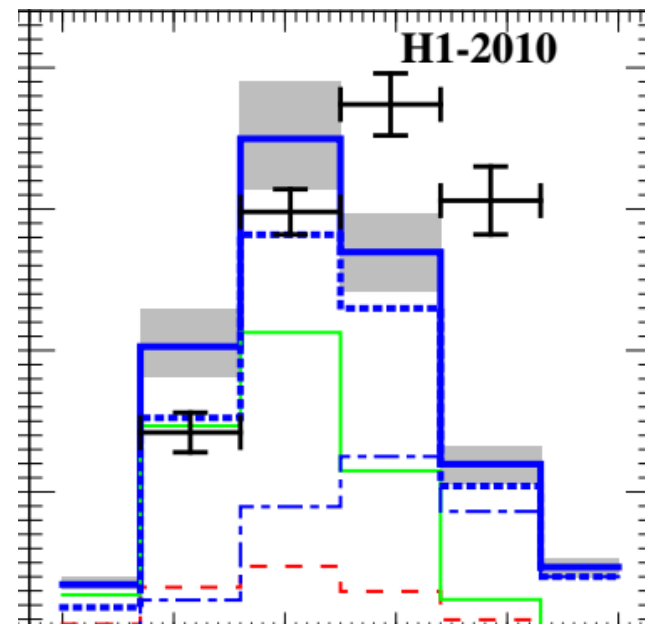
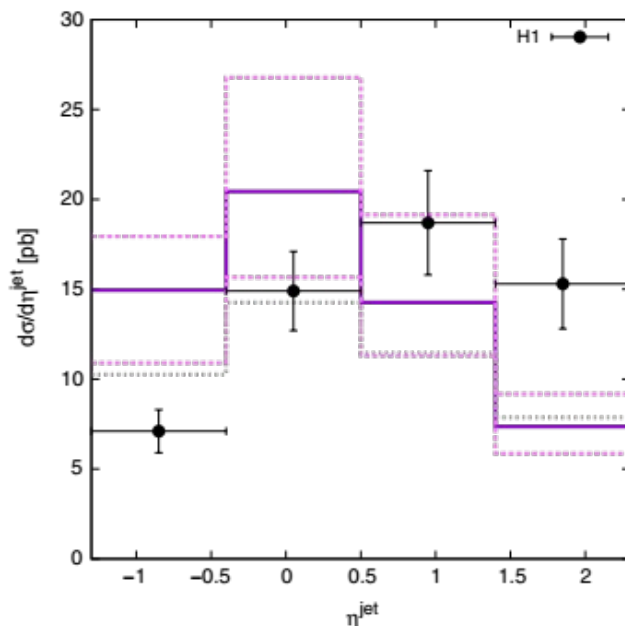
- Theoretical uncertainties are connected with the choice of the factorization and renormalization scales. We took  $\mu_R^2 = \xi^2 Q^2$  and  $\mu_F^2 = \xi^2(s + \mathbf{k}_T^2)$ , where  $s$  and  $\mathbf{k}_T^2$  are the energy of scattering subprocess and transverse momentum of the incoming off-shell gluon, respectively. We varied the scale parameter  $\xi$  between  $1/2$  and  $2$  about the default value  $\xi = 1$ .
- As a comparison along with the LLM TMD, we take CCFM JH'2013 set 2 TMD gluon distribution [H. Jung, hep-ph/0411287, F. Hautmann, H. Jung, Nucl. Phys. **B883** (2014) 1]. Auxilliary „+“ and „-“ distributions were used to estimate theoretical uncertainties for JH'2013.
- We use 2-loop formula for the strong coupling constant  $\alpha_s(\mu^2)$  with  $n_f = 4$  active quark flavors at  $\Lambda_{\text{QCD}} = 200$  MeV.

# Prompt photon + jet photoproduction

- Prompt photon is a good probe of proton structure since it is not affected by hadronization.
- Investigation of jet associated production allows to study jet observables and photon-jet correlations.
- $k_T$ -factorization for  $\gamma$ +jet photoproduction:

A.V. Lipatov, M.A.M., N.P. Zotov, Phys. Rev. **D 88** (2013) 074001;

B.A. Kniehl, M.A. Nefedov, V.A. Saleev, Phys. Rev. **D 89** (2014) 114016;



# Prompt photon + jet photoproduction

- We concentrate on off-shell gluon-initiated direct subprocesses:

$$\gamma + g^* \rightarrow \gamma + q + \bar{q}$$

[A.V. Lipatov et al., Phys. Rev. **D 88** (2013) 074001]

$$\gamma + g^* \rightarrow \gamma + g$$

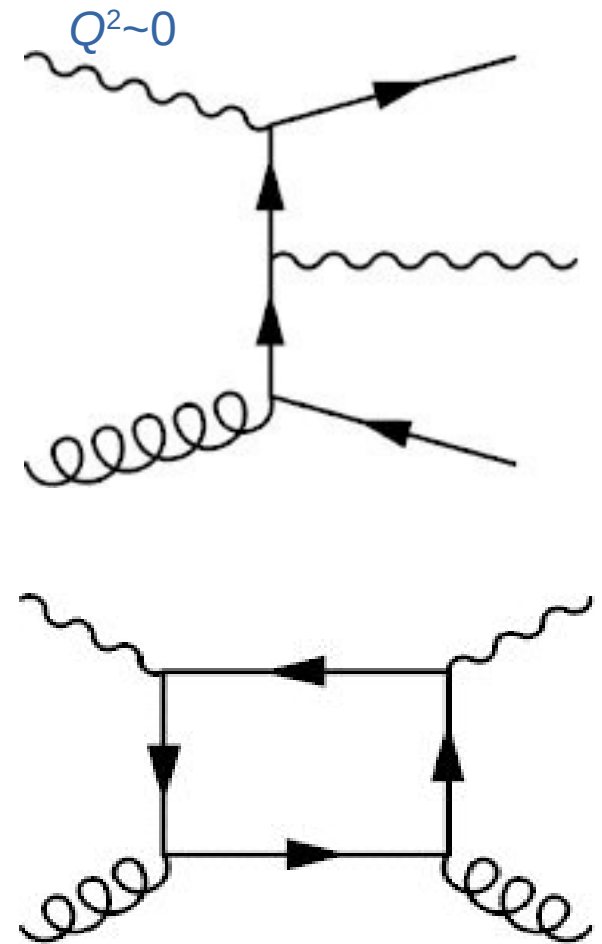
[B.A. Kniehl et al., Phys. Rev. **D 89** (2014) 114016]

- Valence quark contribution is taken into account in the collinear approach at LO.
- Parton showering and hadronization is implemented with CASCADE3.

$$d\sigma(ep \rightarrow e'\gamma X) = \int f_{\gamma/e}(y) d\sigma(\gamma p \rightarrow \gamma X) dy,$$

$$f_{\gamma/e}(y) = \frac{\alpha}{2\pi} \left( \frac{1 + (1-y)^2}{y} \ln \frac{Q_{\max}^2}{Q_{\min}^2} + 2m_e^2 y \left( \frac{1}{Q_{\max}^2} - \frac{1}{Q_{\min}^2} \right) \right)$$

$$d\sigma(\gamma p \rightarrow \gamma X) = \int \frac{dx_2}{x_2} \frac{d\phi_2}{2\pi} d\mathbf{k}_{2T}^2 f_a(x_2, \mathbf{k}_{2T}^2, \mu^2) d\hat{\sigma}(\gamma a^* \rightarrow \gamma X)$$



# Prompt photon + jet photoproduction

## Parameters

- We took  $\mu_R = \xi E_T^\gamma$  and  $\mu_F^2 = (s + \mathbf{Q}_T^2)$ , where  $s$  and  $\mathbf{Q}_T^2$  are the energy of scattering subprocess and transverse momentum of the incoming off-shell gluon pair, respectively. We varied the scale parameter  $\xi$  between  $1/2$  and  $2$  about the default value  $\xi = 1$ .
- We compare results obtained with the LLM-2022 and JH'2013 set 2 TMD gluon distribution.
- The heavy quark masses are  $m_c = 1.28$  GeV and  $m_b = 4.75$  GeV. The light quarks are left massless.
- We use 2-loop formula for the strong coupling constant  $\alpha_s(\mu^2)$  with  $n_f = 4$  active quark flavors at  $\Lambda_{\text{QCD}} = 200$  MeV.
- The jets are reconstructed with FastJet using the  $k_T$ -algorithm.

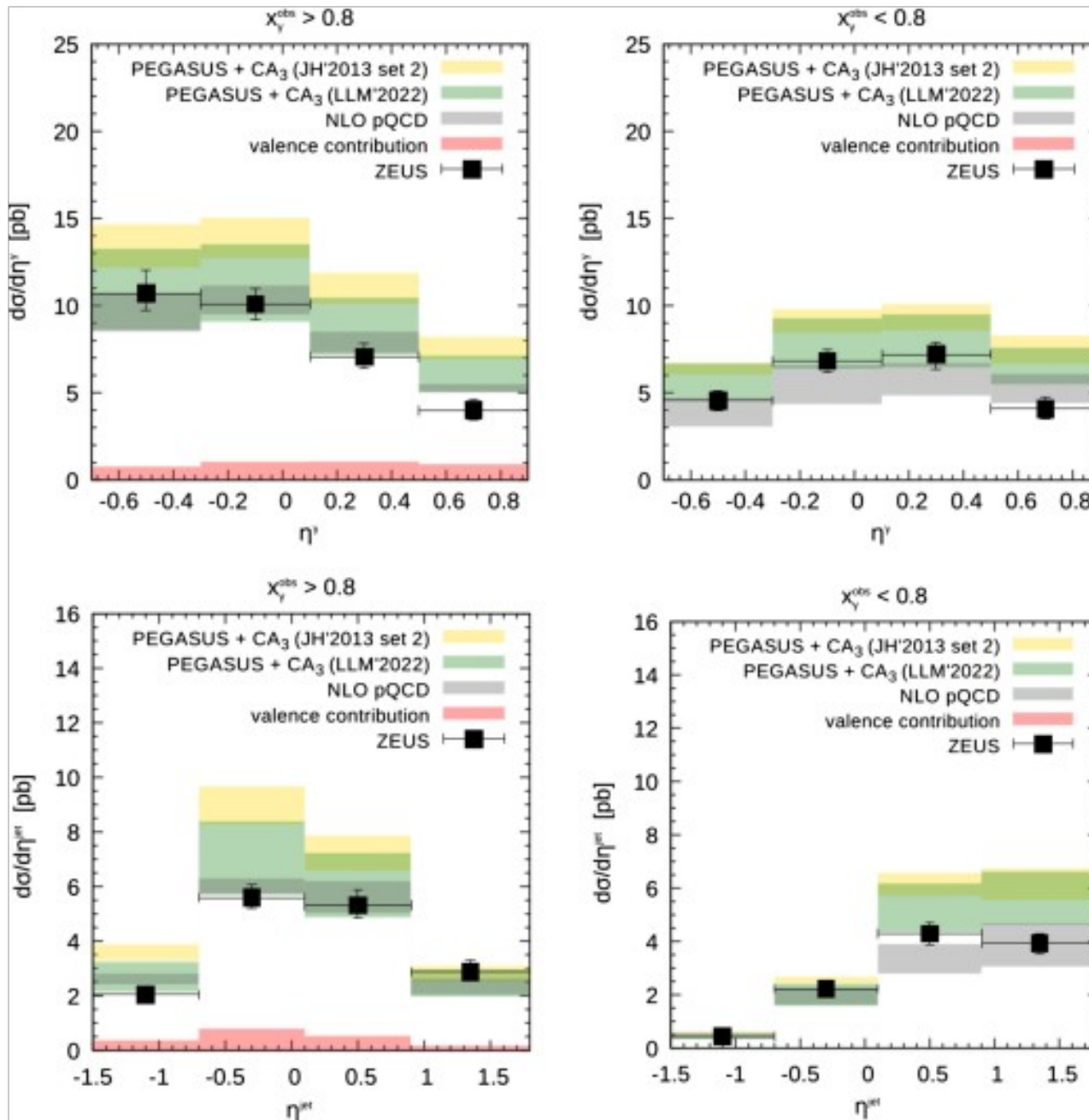
# Prompt photon + jet photoproduction

$x$ -observables:

$$\text{ZEUS: } x_{\gamma}^{\text{obs}} = \frac{E_T^{\gamma} e^{-\eta^{\gamma}} + E_T^{\text{jet}} e^{-\eta^{\text{jet}}}}{2yE_e}, \quad x_p^{\text{obs}} = \frac{E_T^{\gamma} e^{\eta^{\gamma}} + E_T^{\text{jet}} e^{\eta^{\text{jet}}}}{2E_p}.$$

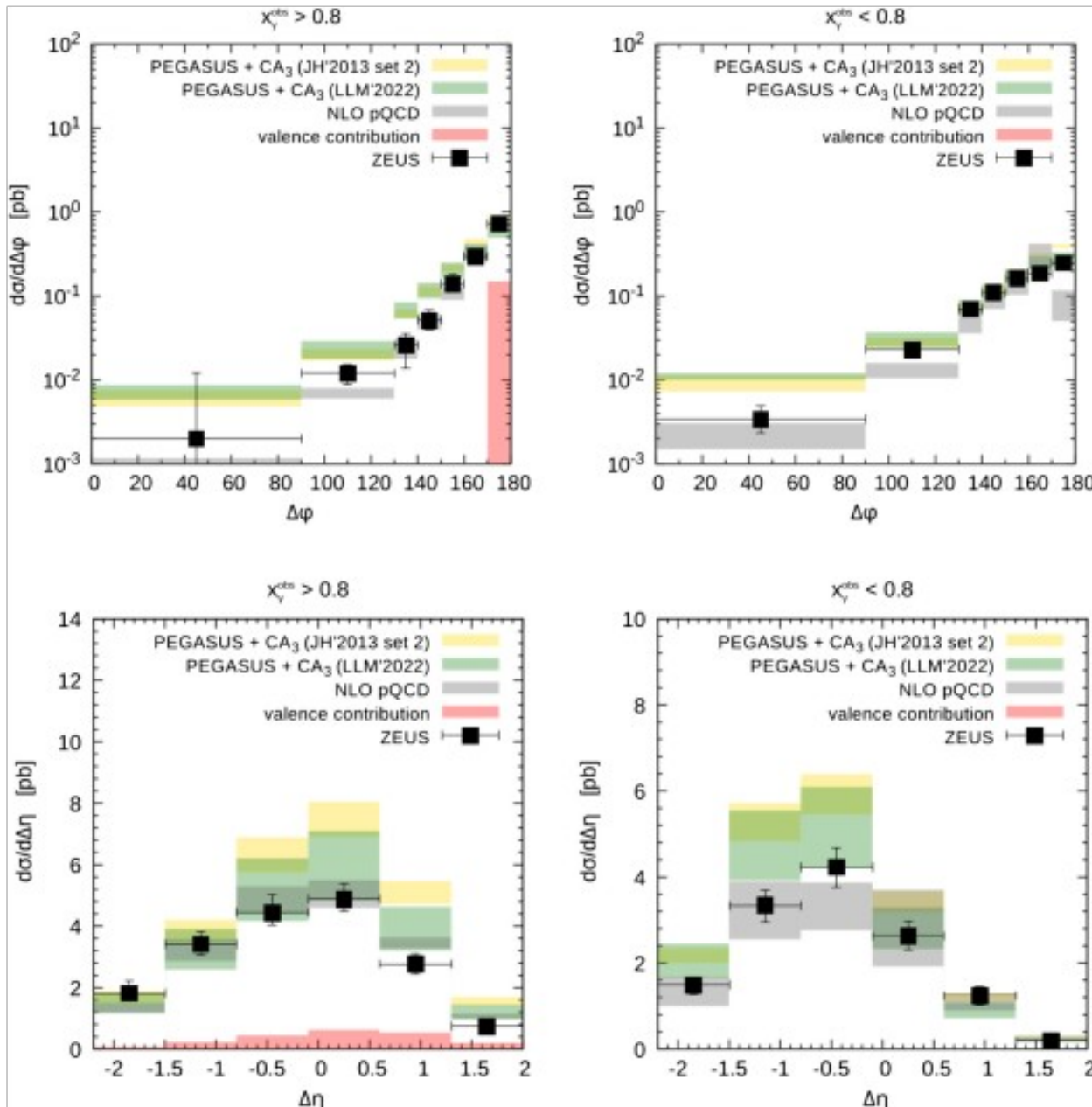
$$\text{H1: } x_{\gamma}^{\text{LO}} = \frac{E_T^{\gamma} (e^{-\eta^{\gamma}} + e^{-\eta^{\text{jet}}})}{2yE_e}, \quad x_p^{\text{LO}} = \frac{E_T^{\gamma} (e^{-\eta^{\gamma}} + e^{\eta^{\text{jet}}})}{2E_p}.$$

# Prompt photon + jet photoproduction



NLO pQCD results and data are from ZEUS  
[JHEP **1408** (2014) 023]

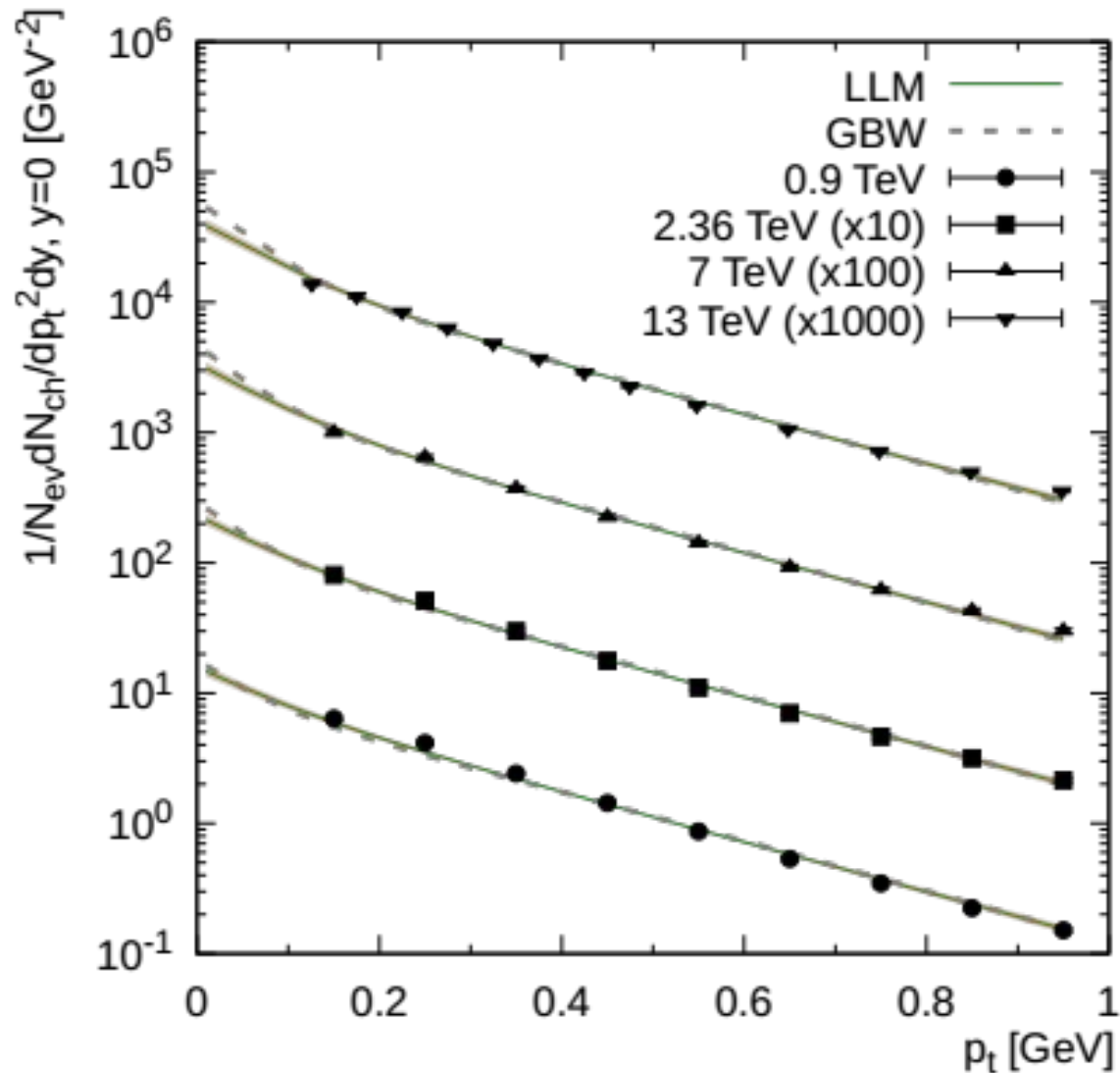
# Prompt photon + jet photoproduction



NLO pQCD results and data are from ZEUS  
 [JHEP **1408** (2014) 023]



# Структурная функция протона $F_2(x, Q^2)$ : влияние новых параметров на спектры мягких адронов



# Off-shell gluon polarization sum

$$\epsilon_\mu \epsilon_\nu^* = \frac{k_T^\mu k_T^\nu}{\mathbf{k}_T^2}$$

# CCFM evolution

$$f_g(x, k_T, \mu) = f_g^{(0)}(x, k_T, \mu_0) + \int \frac{dz}{z} \int \frac{dq^2}{q^2} \Theta(\mu - zq) \\ \times \Delta(\mu, zq) \mathcal{P}(z, q, k_T) f_g\left(\frac{x}{z}, k_T + (1-z)q, q\right)$$

$$P_g(z, q, k_T) = \bar{\alpha}_s(q^2(1-z)^2) \left( \frac{1}{1-z} - 1 + \frac{z(1-z)}{2} \right) \\ + \bar{\alpha}_s(k_T^2) \left( \frac{1}{z} - 1 + \frac{z(1-z)}{2} \right) \Delta_{ns}(z, q^2, k_T^2)$$

Implemented with uPDFevolv [F. Hautmann et al. Eur. Phys. J. **C74**, 3082 (2014)]

# $k_T$ -factorization: TMDs

## **CCFM-based unintegrated distributions**

Numerical solutions of Catani-Ciafaloni-Fiorani-Marchesini evolution equation.

The starting distribution is chosen to satisfy data on proton structure functions  $F_2(x, \mu^2)$  only (A0, JH2013-set-1) or both  $F_2(x, \mu^2)$  and  $F_2^c(x, \mu^2)$  (JH2013-set-2)

[H. Jung, hep-ph/0411287, F. Hautmann, H. Jung, Nucl. Phys. **B883** (2014) 1].

*Only gluons and valence quarks. Sea quarks can be obtained from gluons in the last splitting.*

# Isolation criterion

Standard isolation experimental cuts:

$$E_T^{\text{had}} \leq E^{\text{max}}$$
$$(\eta^{\text{had}} - \eta)^2 + (\varphi^{\text{had}} - \varphi)^2 \leq R^2$$

*significantly reduces fragmentation contributions (so they are not taken into account in the work)*

# Divergencies

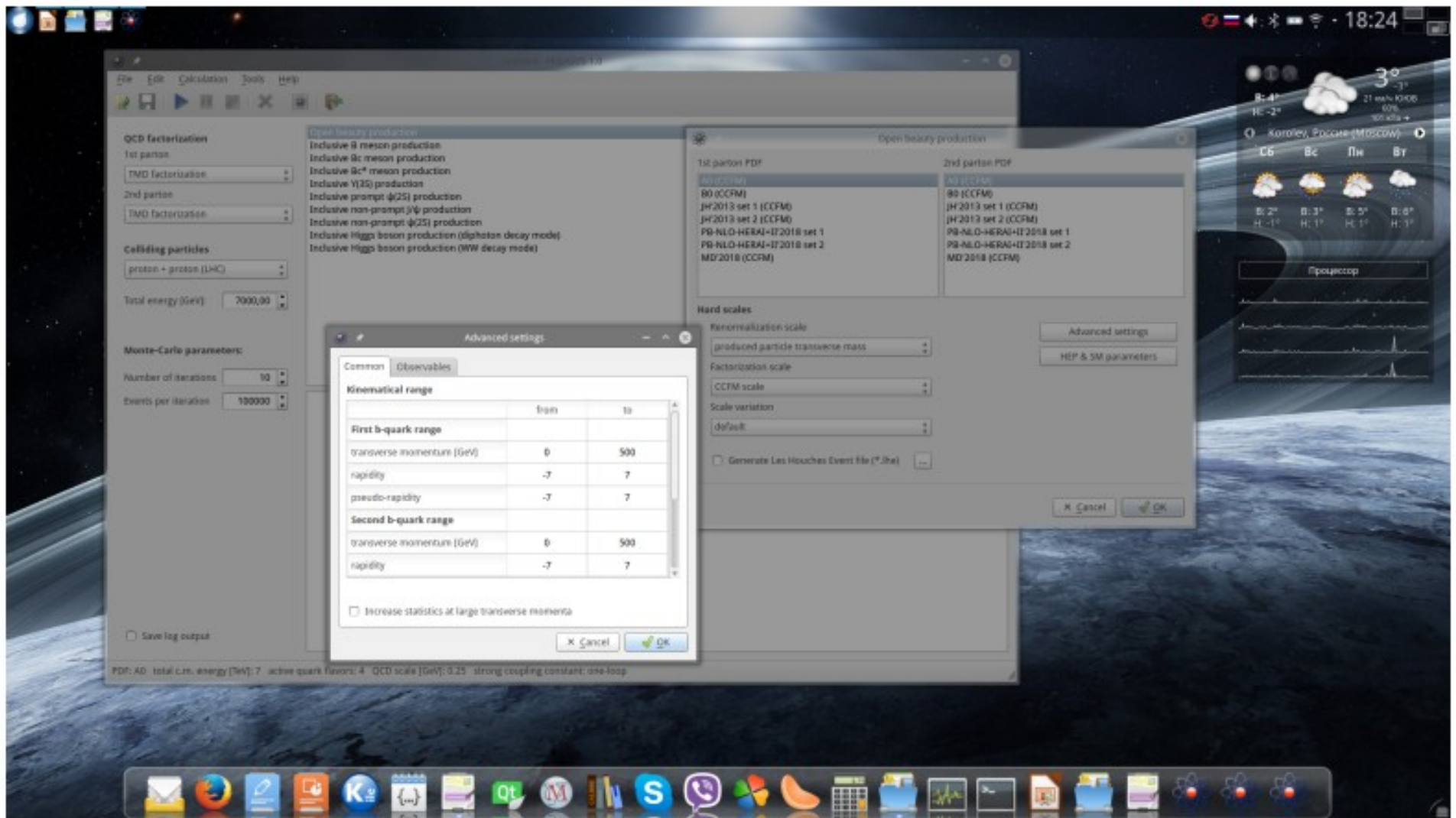
- We do not use the concept of fragmentation functions. In our approach the effect of final state radiation is already included in calculations at the level of partonic subprocess matrix elements (we have a  $2 \rightarrow 3$  rather than  $2 \rightarrow 2$  subprocesses). But as in the traditional approach the calculated cross sections can be split into two pieces: the direct and fragmentation contributions. They depend from fragmentation scale  $\mu^2$ .
- In our calculations  $\mu$  is the invariant mass of the produced photon and any final quark and we restrict direct contribution to  $\mu \geq M = 1\text{GeV}$  in order to eliminate the collinear divergences in the direct cross section. Then the mass of light quark  $m_q$  can be safely to zero. The numerical effects of  $M$  is really small. It is less important than other theoretical uncertainties (connected with choice of renormalization and factorization scales).

# PEGASUS

- parton level Monte-Carlo event generator for pp,  $p\bar{p}$  and ep processes with simple user-friendly graphical interface;
- can work with TMDs;
- a lot of implemented processes (heavy quarks, quarkonia, etc.);
- can generate an event record according to the Les Houches Event (\*.lhe) format;
- an easy way to implement various kinematical restrictions;
- compatible with HEPData repository <https://www.hepdata.net>;
- built-in plotting tool PEGASUS Plotter

A.V. Lipatov, M.A. Malyshev, S.P. Baranov, Eur. Phys. J. **C80**, 4, 330 (2020);  
<https://theory.sinp.msu.ru/doku.php/pegasus/overview>

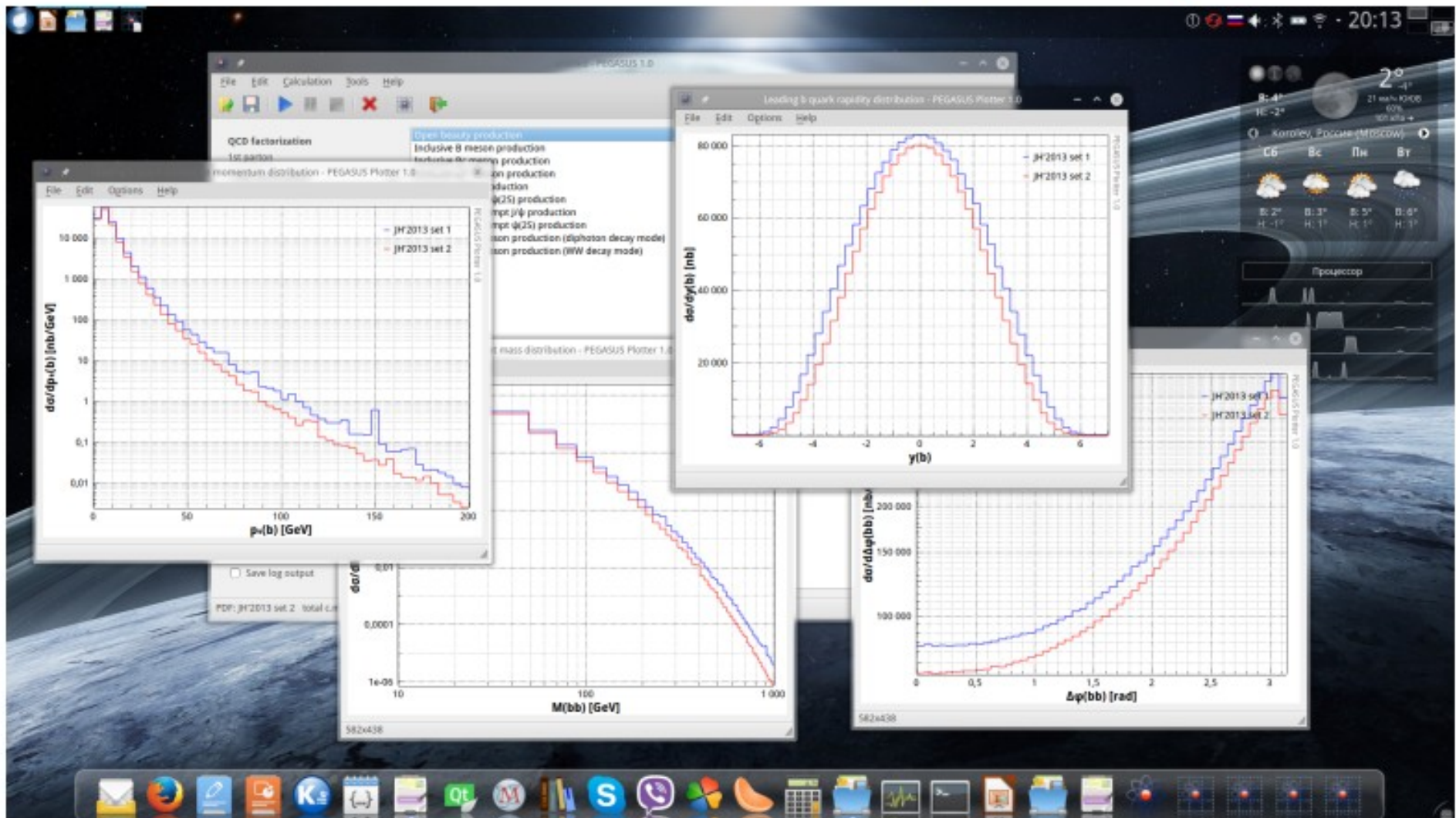
# PEGASUS Particle Event Generator: A Simple-in-Use System



A.V. Lipatov, S.P. Baranov, M.A. Malyshev, in preparation (2019)

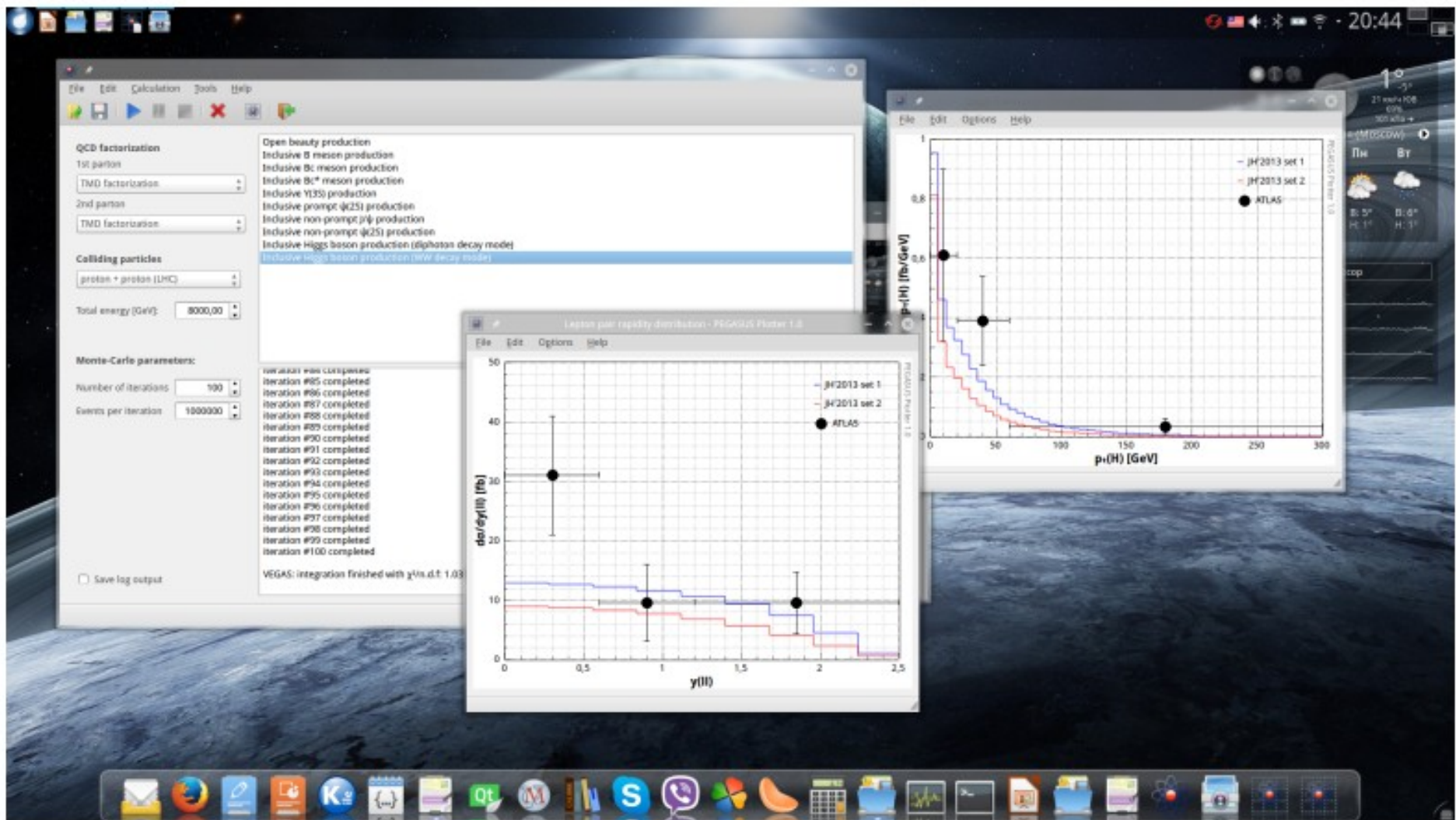


# PEGASUS Particle Event Generator: A Simple-in-Use System



A.V. Lipatov, S.P. Baranov, M.A. Malyshev, in preparation (2019)

# PEGASUS Particle Event Generator: A Simple-in-Use System



A.V. Lipatov, S.P. Baranov, M.A. Malyshev, in preparation (2019)