Московский Государственный Университет
имени М. В. Ломоносова
Научно-исследовательский институт ядерной физики
имени Д. В. Скобельцына

На правах рукописи

Еременко Василий Олегович

Аналитические свойства состояний непрерывного и дискретного спектра ядерных систем

Специальность 01.04.16:
физика атомного ядра и элементарных частиц

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2008

Работа выполнена в Отделе ядерно-спектроскопических методов Научно-исследовательского института ядерной физики имени Д. В. Скобельцына Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Научные руководители:

доктор физико-математических наук,
профессор
Блохинцев Леонид Дмитриевич,

доктор физико-математических наук,
Орлов Юрий Всеволодович

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,
профессор
Далькаров Олег Дмитриевич
(ФИ РАН),

доктор физико-математических наук
Гончаров Сергей Антонович
(Физический факультет МГУ)

Ведущая организация:

РНЦ "Курчатовский Институт"

Защита состоится "21" ноября 2008 г. в 15 часов на заседании совета Д501.001.77 по защите докторских и кандидатских диссертаций при Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова.

Адрес: *119991, Москва, Ленинские горы, НИИЯФ МГУ, 19-й корпус, ауд. 2-15.*

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НИИЯФ МГУ.

Автореферат разослан "_____" ________________ 2008 г.

Ученый секретарь
совета Д501.001.77
д. ф.-м. н., профессор

Страхова С. И. Страхова

1 Общая характеристика работы

1.1 Актуальность темы

Вершинная константа (ВК) G_{ABC} является парциальным матричным элементом процесса виртуального развала ядра A на два фрагмента B и C (или обратного процесса синтеза) $A \leftrightarrow B+C$, взятым на массовой поверхности [1]. ВК G_{ABC} с точностью до кинематических факторов совпадает с асимптотическим нормировочным коэффициентом (АНК) C_{ABC}, определяющим асимптотику волновой функции ядра A в двухчастичном канале $B+C$ (или, более точно, асимптотику радиального интеграла перекрытия волновых функций ядер A, B и C).

ВК и АНК являются важными ядерными характеристиками. Они активно используются при анализе ядерных реакций при низких и средних энергиях в рамках различных подходов, в том числе, в широко распространенном методе искаженных волн [1, 2]. Значения ВК и АНК, извлеченные из анализа одних процессов, могут быть использованы для предсказания характеристик других процессов. Сравнение эмпирических значений ВК и АНК с теоретическими, рассчитанными методами теории структуры ядра, дает возможность судить о качестве используемых теоретических моделей. ВК и АНК для виртуального процесса $A \leftrightarrow B+C$ определяют вероятность конфигурации $B+C$ в ядре A при расстояниях между фрагментами B и C, превышающих радиус их ядерного взаимодействия. Поэтому АНК возникают естественным образом в выражениях для сечений ядерных процессов взаимодействия заряженных частиц при очень низких энергиях, когда из-за кулоновского барьера реакция протекает на больших расстояниях между участвующими в ней ядерными фрагментами. Наиболее интересным и важным классом таких процессов являются астрофизические ядерные реакции, протекающие во внутренних областях звезд, включая наше Солнце. В работе [3] было показано, в частности, что величина сечения (или пропорционального сечению астрофизического S-фактора) астрофизической реакции радиационного захвата $B(C,\gamma)A$ с хорошей точностью определяется значением АНК в канале $B+C \to A$. Детальная информация о сечениях астрофизических процессов существенна для таких важных вопросов астрофизики как распространенность химических элементов и изотопов во Вселенной, величина потока солнечных нейтрино и др. В то же время, несмотря на совершенствование техники эксперимента, сечения многих важных астрофизических ядерных реакций при звездных энергиях (десятки кэВ) до сих пор недоступны прямым измерениям в лабораторных условиях из-за малости их величин, обусловленной кулоновским фактором проницаемости. Поэтому развитие методов определения ВК и АНК с использованием экспериментальных данных по сечениям ядерных процессов является важной и актуальной задачей. В качестве одного из таких методов можно использовать нахождение значений ВК и АНК на основе экспериментальных данных по функции эффективного радиуса (функции рассеяния) $K(k^2)$, продолженных в нефизическую область мнимых значений относительного импульса сталкивающихся частиц k. При этом в практически важном случае заряженных частиц (ядер) B и C необходимо корректно учитывать эффекты кулоновского взаимодействия, которое в силу своего дальнодействия радикально меняет аналитические свойства амплитуд процессов по сравнению со случаем короткодействующих сил. Отметим, что вопрос получения информации о ВК и АНК из анализа экспериментальных данных не является тривиальным, о чем свидетельствуют появившиеся в последнее время в научной литературе утверждения о том, что свойства связанных состояний в принципе не могут быть извлечены из фазовых сдвигов для одной парциальной волны [4].

В последнее время в ряде научных лабораторий обсуждаются и планируются возможные эксперименты по рождению релятивистских гиперядер и исследованию вызванных ими реакций, для анализа которых будет важно иметь информацию о значениях ВК и АНК для отделения гиперона от гиперядра. Эти величины для гиперядер ранее не рассчитывались, и экспериментальная информация о них также отсутствует, что делает их определение весьма актуальным.

Для периферических процессов, когда реакция протекает на большом расстоянии между участвующими в ней ядерными фрагментами, важным моментом является вопрос об асимптотической форме волновых функций соответствующих связанных состояний или, в общем случае, интегралов перекрытия этих функций. Распространенной точкой зрения являлось, что эта форма для канала $A \leftrightarrow B + C$ всегда имеет вид экспоненты с показателем, определяемым энергией связи ядра A относительно развала на $B + C$. В работах [5, 6] было показано, что это утверждение строго выполняется лишь в случае, когда B и C являются бесструктурными (“элементарными”) частицами, то есть когда система A может строго рассматриваться как двухчастичное связанное состояние B и C. Если же система (ядро) A состоит из трех или более конституэнтов, то асимптотика соответствующего интеграла перекрытия может отличаться от указанной формы и определяться динамическими сингулярными точками формфактора вершины $A \leftrightarrow B + C$ по переменной относительного импульса q фрагментов B и C. В работах [5, 6] было указано, что подобная “аномальная” асимптотика может быть вызвана собственными особенностями амплитуд треугольных диаграмм Фейнмана, дающих вклад в указанный формфактор. В этой связи представляет несомненный интерес исследовать вклад в асимптотическую форму интегралов перекрытия более сложных диаграмм, в первую очередь, следующей после треугольной диаграммы по сложности диаграммы типа “квадрат с диагональю”.

1.2 Цели работы

Целями данной диссертационной работы являлись развитие методов определения вершинных констант и асимптотических нормировочных коэффициентов, вычисление значений вершинных констант и асимптотических нормировочных коэффициентов для Λ-гиперядер, расчёт низкоэнергетических параметров рассеяния Λ-ядро, нахождение особых точек вершинного формфактора для виртуального развала ядра на два фрагмента, обусловленных собственными сингулярностями фейнмановской диаграммы типа “квадрат с диагональю”.

1.3 Основные результаты

На защиту выносятся следующие основные результаты и выводы.

1. Показано, что, опираясь на аналитические свойства амплитуд процессов, вытекающие из общего принципа микропричинности, можно путем аналитического продолжения парциальных амплитуд из физической области в область отрицательных энергий определять энергии связанных состояний и значения асимптотических нормировочных коэффициентов их волновых функций. Тем самым показана несостоятельность появившихся в последнее время в научной литературе утверждений о том, что свойства связанных состояний в принципе не могут быть извлечены из фазовых сдвигов для одной парциальной волны.

2. Показано, что метод аналитического продолжения позволяет отобрать из семейства фазово-эквивалентных потенциалов единственный потенциал, приводящий к правильным аналитическим свойствам амплитуд рассеяния.

3. Предложен и опробован новый метод определения вершинных констант и асимптотических нормировочных коэффициентов, использующий как экспериментальную информацию по фазовым сдвигам, так и аналитические свойства амплитуд рассеяния.

4. Явные выражения для вершинной константы (и асимптотического нормировочного коэффициента) виртуального распада ядра на два заряженных фрагмента впервые получены в рамках теории эффективного радиуса. Рассмотрены функции эффективного радиуса $K(k^2)$ как для стандартного приближения, так и для случая, когда $K(k^2)$ имеет полюс.

5. С помощью специально разработанной компьютерной программы для различных потенциалов впервые рассчитаны вершинные константы, асимптотические нормировочные коэффициенты и среднеквадратичные радиусы для большого количества Λ-гиперядер в широком интервале массовых чисел. В предположении справедливости приближения эффективного радиуса низкоэнергетические параметры рассеяния Λ-гиперона на ядре выражены через вершинные константы и найдены их численные значения.

6. Фазовые сдвиги и низкоэнергетические параметры рассеяния Λ-ядро рассчитаны путём численного решения уравнения Шрёдингера. Расчёты проводились для систем, соответствующих рассмотренным в п. 5 гиперядрам.

7. Для ряда ядер найдены положения особых точек вершинного формфактора для виртуального развала ядра на два фрагмента, обусловленных собственными сингулярностями фейнмановской диаграммы типа "квадрат с диагональю".

1.4 Достоверность результатов

Результаты, полученные в диссертации, основываются на корректном математическом аппарате, широко применяемом в современных работах в данной области, согласуются с экспериментальными значениями и с результатами расчётов других авторов, когда такое сравнение возможно. Подобное согласие позволяет сделать вывод о достоверности полученных в диссертационной работе результатов.

1.5 Личный вклад автора

В ходе выполнения работ, вошедших в диссертацию, автор принимал участие в выводе формул, составлял компьютерные программы, выполнял расчёты и участвовал в анализе полученных результатов.

1.6 Научная новизна и практическая ценность работы

В диссертации разработаны методы определения вершинных констант, использующие экспериментальные данные по фазовым сдвигам и либо свойство аналитичности амплитуды расеяния, либо теорию эффективного радиуса; в рамках обоих методов проведены расчёты.

Проведены вычисления, в результате которых для различных ядер были получены положения особых точек вершинного формфактора для виртуального развала ядра на два фрагмента, вершинные константы, асимптотические нормировочные коэффициенты и среднеквадратичные радиусы.

Полученные результаты позволят проводить вычисления значений вершинных констант и асимптотических нормировочных коэффициентов для систем, недоступных для экспериментального рассмотрения в настоящее время. Также возможно использование приведённых в диссертации значений ВК и АНК для Λ-гиперядерных систем при подготовке обсуждающихся экспериментов на гиперядерных пучках. Полученные данные об особых точках вершинного формфактора будут применяться для анализа периферических ядерных реакций.

1.7 Апробация работы

Результаты, изложенные в диссертации, были доложены на 55 (2005 г., г. Санкт-Петербург), 56 (2006 г., г. Саров) и 57 (2007 г., г. Воронеж) Международных конференциях по физике атомного ядра и на 6-й Международной конференции “Современные проблемы ядерной физики” (2006 г., г. Ташкент).

1.8 Публикации

Основные результаты диссертации опубликованы в 3 статьях и 6 трудах и тезисах конференций. Список публикаций приведён в конце автореферата в разд. 3 на с. 19.

1.9 Объём и структура работы

Диссертация состоит из введения, четырёх глав и заключения. Содержит 79 страниц, включая 15 рисунков и 8 таблиц. В список литературы внесено 70 наименований.

2 Содержание диссертации

Во Введении кратко изложена тема диссертации и обосновывается её актуальность, формулируются цели диссертации и приводится краткое содержание работы.

Первая глава посвящена определению вершинных констант (ВК) и асимптотических нормировочных коэффициентов (АНК), обзору методов нахождения значений соответствующих величин. Предложен новый метод нахождения значений вершинных констант.

Вершинные константы [1], определяющие процессы виртуального развала ядра на два фрагмента (или обратного процесса синтеза), и пропорциональные им асимптотические нормировочные коэффициенты ядерных волновых функций в соответствующих бинарных каналах активно используются при анализе ядерных процессов, в первую очередь, астрофизических ядерных реакций [2]. В частности, знание АНК в канале $A \to B + C$ с хорошей точностью определяет сечение реакции радиационного захвата $B(C, \gamma)A$ при астрофизических энергиях (см., например, [3]).

Рассмотрим составную систему A (например, ядро), которая может быть разделена на 2 подсистемы B и C.

Асимптотический нормировочный коэффициент C_{ABC} — это коэффициент в асимптотике радиального интеграла перекрытия I_{ABC} волновых функций систем A, B и C при больших расстояниях r между B и C. При $r \to \infty$ интеграл $I_{ABC}(LS; r)$ (в отсутствие кулоновского взаимодействия между B и C) ведет себя следующим образом[1]:

$$I_{ABC}(LS; r) \approx C_{ABC}(LS) e^{-\varkappa r}/r = \sqrt{2\varkappa}\widetilde{C}_{ABC}(LS) e^{-\varkappa r}/r; \tag{1}$$

$$\varkappa^2 = 2\mu\varepsilon_{ABC}. \tag{2}$$

Здесь L и S — соответственно орбитальный и спиновый угловой момент канала, $\varepsilon_{ABC} = (m_B + m_C - m_A)$ — энергия связи[2] A относительно развала на $B + C$, m_i — масса частицы (ядра) i, $\mu = m_B m_C/(m_B + m_C)$ — приведённая масса частиц B и C.

В научной литературе используются оба типа АНК: и C_{ABC}, и $\widetilde{C}_{ABC}$. Фактически, I_{ABC} есть проекция полной волновой функции системы A на канал $B + C$.

Величина C_{ABC} пропорциональна вершинной константе G_{ABC}, являющейся матричным элементом процесса виртуального развала или

[1] Возможны случаи аномальной асимптотики (см. гл. 4).

[2] Мы используем систему единиц $\hbar = c = 1$.

синтеза $A \leftrightarrow B + C$ на массовой поверхности [1]; она выражается непосредственно через вычет парциальной амплитуды упругого BC-рассеяния в полюсе, отвечающем связанному состоянию A:

$$G^2_{ABC}(LS) = \mathrm{res}\langle LS|M^J(E)|LS\rangle\Big|_{E=-\varepsilon_{ABC}}. \tag{3}$$

Здесь J — полный угловой момент канала, E — относительная кинетическая энергия B и C. Соотношение между $G_{ABC}(LS)$ и C_{ABC} имеет вид [1]:

$$G_{ABC}(LS) = -i^L(\pi N_{BC})^{1/2} C_{ABC}(LS)/\mu. \tag{4}$$

Комбинаторный коэффициент N_{BC} возникает из-за учёта тождественности конституэнтов (в случае ядерных систем, нуклонов) и равен числу перестановок между тождественными частицами, входящими во фрагменты B и C: $N_{BC} = (n_B + n_C)!/(n_B!n_C!)$, где n_i — число учитываемых тождественных частиц во фрагменте i. Следует подчеркнуть, что численное значение N_{BC} зависит от конкретной модели, используемой для описания волновых функций ядер A, B и C. Различным вариантам соответствуют различные значения N_{BC}, лежащие в интервале $1 \leqslant N_{BC} \leqslant (A_B + A_C)!/(A_B!A_C!)$, где A_i — массовое число ядра i.

Из вышесказанного следует, что ВК являются более фундаментальными величинами, чем АНК. Действительно, из (3) следует, что ВК определяется универсальным и безмодельным образом через амплитуду упругого рассеяния. С другой стороны, коэффициент пропорциональности в формуле (4), связывающей ВК G_{ABC} и АНК C_{ABC}, зависит от ядерной модели, и, следовательно, АНК является модельно зависимым. В конкретных расчётах определенные значения АНК могут использоваться лишь вместе с волновыми функциями, отвечающими той модели, в которой эти значения были получены.

Как уже говорилось во введении, АНК и ВК являются важными ядерными характеристиками, определяющими вероятность конфигурации $B + C$ в ядре A при расстояниях между фрагментами B и C, превышающих радиус их ядерного взаимодействия. Также необходимо отметить, что АНК и ВК не выражаются непосредственно через другие ядерные характеристики, такие как среднеквадратичные радиусы, спектроскопические факторы, мультипольные моменты и др.

Значения АНК и ВК можно в принципе получить из микроскопических расчётов волновых функций соответствующих ядерных систем. Однако подобные вычисления даже для малонуклонных систем весьма сложны. Если расчёты проводятся в конфигурационном (координатном) представлении, то для определения АНК необходимо с хорошей точностью вычислять значения волновых функций в асимптотической области, где они экспоненциально малы. Если же используется импульсное представление, то, чтобы получить значение ВК, приходится продолжать результаты расчётов в нефизическую область мнимых импульсов, что также является весьма нетривиальной процедурой.

Альтернативным путём является получение информации о ВК и АНК на основе методов, использующих данные, относящиеся к непрерывному спектру ядерных систем, то есть процессам упругого рассеяния и реакций. Некоторые из таких методов описаны в обзоре [1]. Так, используя данные по дифференциальному сечению реакции $A + x \to B + y$, вклад в которую даёт амплитуда полюсной диаграммы, отвечающая механизму передачи частицы C, можно извлечь значение величины $|G_{ABC}G_{yxC}|^2$; в частном случае, когда $B = x$ и $y = A$ (обменное упругое рассеяние) эта величина есть $|G_{ABC}|^4$. Аналогично, если парциальная амплитуда упругого BC-рассеяния имеет полюс, отвечающий связанному состоянию A, то информация об энергетической зависимости этой амплитуды, полученная из данных фазового анализа, может быть использована для нахождения величин G_{ABC} и C_{ABC}.

Вопрос об использовании данных, относящихся к непрерывному спектру, для получения характеристик связанных состояний, включая АНК, не является тривиальным. Так, в недавней работе [4] содержится категорическое утверждение о том, что свойства связанных состояний в принципе не могут быть извлечены из фазовых сдвигов для одной парциальной волны. Это утверждение базируется на существовании так называемых фазово-эквивалентных потенциалов (ФЭП), то есть различающихся между собой потенциалов, которые приводят к совпадающим фазовым сдвигам δ_L в парциальной амплитуде упругого рассеяния с определённым значением орбитального углового момента L. Свойства связанных состояний с данным L для этих потенциалов оказываются различными. Свойства ФЭП излагаются, например, в монографиях [7, 8, 9]. Существование ФЭП согласуется с известным положением обратной задачи рассеяния [9] о том, что в рамках потенциальной модели для восстановления локального потенциала, помимо знания значений фазового сдвига $\delta_L(E)$ для какого-либо одного значения L во всём интервале энергий $0 \leqslant E < \infty$, необходимо ещё задать $2N_L$ параметров, где N_L — число связанных состояний с данным L. Для каждого связанного состояния в качестве таких параметров можно выбрать энергию связи и АНК.

Таким образом, оставаясь в рамках формального потенциального подхода с произвольными потенциалами и не накладывая никаких дополнительных условий, действительно невозможно однозначно определить характеристики связанных состояний (включая АНК), зная только $\delta_L(E)$.

Однако проблемы, связанные с этой неоднозначностью, могут быть решены, если исходить из естественного требования, чтобы амплитуды процессов были аналитическими функциями своих кинематических переменных. Свойство аналитичности амплитуд вытекает из весьма общего принципа микропричинности. Опираясь на свойство аналитичности и зная парциальную амплитуду рассеяния $f_L(E)$ на каком-то участке физической области, то есть на отрезке положительной действительной полуоси, можно аналитичеси продолжить $f_L(E)$ в нефизическую область $E < 0$ и получить как положение полюса, отвечающего связанному состоянию A и лежащему при $E = -\varepsilon_{ABC} < 0$, так и величину вычета $\operatorname{res} f_L(E)$ в этом полюсе, через который выражаются значения соответствующих ВК и АНК. Если при этом мы рассматриваем случай чисто потенциальной задачи упругого BC-рассеяния и нам известны значения $f_L(E)$ во всём интервале $0 \leqslant E < \infty$, то определив таким способом ε_{ABC} и C_{ABC}, мы можем методами обратной задачи рассеяния (например, с помошью уравнений Гельфанда-Левитана или Марченко [9]) восстановить однозначно локальный потенциал $V(r)$, который будет описывать не только состояние с данным L, но и все состояния непрерывного и дискретного спектра данной системы.

В результате из набора ФЭП будет отобран единственный потенциал, который приводит к требуемым аналитическим свойствам амплитуды рассеяния.

В разделе 1.4.1 диссертации предлагается новый метод определения вершинных констант. В рамках этого метода нахождение квадрата ВК G^2_{ABC} процесса $A \to B + C$ сводится к задаче вычисления двух интегралов: интеграла I_{Re} от действительной части амплитуды рассеяния по положительной действительной полуоси и интеграла I_{Im} от скачка амплитуды по динамическому разрезу на мнимой полуоси. Интеграл I_{Re} может быть вычислен на основе экспериментальных данных из фазового анализа, а I_{Im} может быть получен исходя из предположений об аналитических свойствах $f_L(k)$. Для первичной проверки метода были проведены вычисления G^2_{ABC} для процесса $d \leftrightarrow p + n$. Полученные результаты хорошо согласуются с известной в литературе величиной $G^2_{dpn} = 0.43$ фм.

Во Второй главе разработан метод нахождения вершинной константы для виртуального распада ядра на две заряженные частицы в теории эффективного радиуса. Разработанный метод применяется для анализа свойств конкретных физических систем.

При нахождении вершинной константы G^2_{ABC} для виртуального распада (синтеза) $A \leftrightarrow B + C$ в случае заряженных частиц B и C необходимо учитывать эффекты кулоновского отталкивания. В данной главе эта задача решена в рамках теории эффективного радиуса. Ранее такой метод нахождения ВК в литературе не рассматривался. Важным преимуществом предложенного подхода является возможность нахождения G^2_{ABC} исключительно из экспериментальных данных, позволяющих определить параметры функции эффективного радиуса $K(k^2)$.

Теория эффективного радиуса является стандартным методом анализа экспериментальных данных по упругому рассеянию при малой энергии. В данной гдаве диссертации рассматриваются как обычное разложение функции эффективного радиуса по степеням импульса k (a_0 — длина рассеяния, r_0 — эффективный радиус, P и Q — параметры формы)

$$K(k^2) = -1/a_0 + r_0 k^2/2 - P{r_0}^3 k^4 + Q{r_0}^5 k^6 - \ldots, \tag{5}$$

так и приближение с полюсом, используемое в литературе для описания дублетной по спину Nd-системы в S-волне, когда функция эффективного радиуса берется в виде

$$K(k^2) = \frac{-1/a_0 + C_2 k^2 + C_4 k^4}{1 + k^2/\varkappa_0^2}. \tag{6}$$

Здесь, как и ранее, использованы обозначения: $k = \sqrt{2\mu E}$ — волновое число, μ — приведенная масса, для nd-системы $\mu = (2/3)m_N$, m_N — масса нуклона, E — энергия в системе центра масс. Наличие полюса у функции эффективного радиуса $K(k^2)$ при $k^2 = -\varkappa_0^2$, т. е. при энергии $E = -E_0$, где $E_0 = (3/4m_N)\varkappa_0^2$, является характерной особенностью дублетной Nd-системы, давно установленной в литературе [10, 11, 12, 13]. Для nd-системы полюс расположен в области отрицательной энергии вблизи порога, т. е. $E_0 > 0$. Для pd-системы ситуация значительно менее определенна. Из-за наличия кулоновского отталкивания измерения при очень малых энергиях ненадежны. Поэтому информация о длине рассеяния и положении полюса $K(k^2)$, полученная в разных работах, неоднозначна и противоречива.

В отсутствие кулоновского взаимодействия (в частности, для nd-рассеяния) связь $K(k^2)$ с фазой рассеяния $\delta(E)$ дается соотношением

$$K(k^2) = k \cdot \operatorname{ctg} \delta(E). \tag{7}$$

При наличии кулоновского отталкивания (в частности, для pd-рассеяния) правая часть формулы модифицируется известным образом (см., например, [14]):

$$K(k^2) = \frac{2\pi k\eta(\operatorname{ctg}\delta(E) - i)}{\exp(2\pi\eta) - 1} + 2k\eta H(\eta), \tag{8}$$

$$H(\eta) \equiv \Psi(i\eta) + (2i\eta)^{-1} - \ln(i\eta), \tag{9}$$

где $\Psi(i\eta)$ — пси-функция (логарифмическая производная гамма-функции), $\eta = Z_B Z_C \alpha\mu/\varkappa$ — кулоновский параметр Зоммерфельда, $\alpha \approx 1/137$ — постоянная тонкой структуры. Мы будем также использовать боровский радиус $a_B = 1/(\mu\alpha Z_B Z_C) \equiv 1/\lambda$. Это обозначение принято в [14].

В работе Кока [14] было впервые показано, что при включении кулоновского отталкивания полюс амплитуды рассеяния для виртуального (антисвязанного) состояния сдвигается с отрицательной мнимой оси ($\operatorname{Im} k < 0$) в четвертый квадрант комплексной плоскости и становится резонансным полюсом при $k = k_{res} = \operatorname{Re}(k_{res}) + i\operatorname{Im}(k_{res})$. Из формулы (9) следует, что поскольку $H(\eta)$ является функцией от ik, возникает также полюс при $k = -\operatorname{Re}(k_{res}) + i\operatorname{Im}(k_{res})$, расположенный в третьем квадранте комплексной плоскости симметрично относительно мнимой оси по отношению к k_{res}. При этом $|\operatorname{Im}(k_{res})/\operatorname{Re}(k_{res})| > 1$.

Рассмотрим кулоновско-ядерную парциальную амплитуду рассеяния в S-волне, которая имеет интересующие нас полюсы.

$$f_{C0} = \exp(2i\sigma_0) f_0, \tag{10}$$

$$f_0 = \frac{\exp(2i\delta_0) - 1}{2ik} = \frac{1}{k \cdot \operatorname{ctg}\delta_0 - ik}. \tag{11}$$

Основываясь на (8), (10) и (11), приходим к выражению

$$f_{C0} = \frac{[\Gamma(1 + i\eta)]^2 \exp(-\pi\eta)}{K(k^2) - 2\lambda H(\eta)}. \tag{12}$$

Числитель в (12) совпадает с множителем при перенормированной амплитуде рассеяния в формуле (3) обзора [15]. Соответственно аналог перенормированной парциальной амплитуды рассеяния на короткодействующем потенциале в присутствии кулоновского отталкивания можно записать через функцию эффективного радиуса $K(k^2)$ в виде

$$f_N(k) = [K(k^2) - 2\lambda H(\eta)]^{-1}. \tag{13}$$

Используя определения вершинной константы, получаем для перенормированной вершинной константы следующее выражение:

$$\tilde{G}^2 = -2(\pi/\mu^2)p \Bigg/ \left\{ \frac{d}{dk}[K(k^2) - 2\lambda H(\gamma)]\Big|_{k=p} \right\}, \tag{14}$$

где $p = i\varkappa$ — положение полюса амплитуды для связанного ($\varkappa > 0$, действительно) или резонансного ($\operatorname{Im} p < 0$) состояния.

Из (9) находим выражение ($x = \lambda/\varkappa$)

$$2\lambda[dH/dk]_{k=i\varkappa} = i\varphi(x) = i[-1 - 2x + 2x^2\psi'(x)]. \tag{15}$$

В диссертации получены следующие выражения для перенормированных вершинных констант. Для стандартного разложения (5):

$$\widetilde{G}^2 = \frac{2\pi\varkappa/\mu^2}{\varphi(x) - [r_0\varkappa + 4P(r_0\varkappa)^3 + 6Q(r_0\varkappa)^5 + \ldots]}. \tag{16}$$

Для функции $K(k^2)$ с полюсом (6):

$$\widetilde{G}^2 = \frac{2\pi\varkappa/\mu^2}{\varphi(x) - 2\varkappa[-C_0 + C_2{k_0}^2 - C_4\varkappa^2(2k_0^2 - \varkappa^2)]/(k_0^2 - \varkappa^2)^2}. \tag{17}$$

В данной главе в качестве физических примеров рассмотрены резонансное подпороговое состояние ядра ^{2}He и резонанс с очень малой шириной для $\alpha\alpha$-рассеяния. Энергии этих состояний вычислены в [14] для разложения (5) с параметрами, взятыми из [16] для pp-рассеяния и из давней работы [17] для $\alpha\alpha$-рассеяния. Однако соответствующие вершинные константы в [14] не обсуждались.

В диссертации в разд. 2.3 вычислены перенормированные вершинные константы для вышеуказанных резонансов, а также для связанного состояния ^{3}He и подпорогового резонанса в pd-рассеянии для ряда наборов констант в разложении (6), найденных недавно в [18, 19] из анализа результатов новейших трехтельных расчетов с NN-потенциалом AV18 с учетом трехчастичного взаимодействия (UR-IX). Наконец, рассчитаны траектории перехода из резонансного подпорогового состояния pp-системы в виртуальное (антисвязанное) состояние np-системы при постепенном выключении кулоновского взаимодействия. Тем самым продемонстрирована общая физическая природа этих состояний. Соответствующая траектория резонансного полюса в комплексной плоскости импульса была ранее рассчитана в работе [20] с использованием метода комплексного скейлинга для решения уравнения Шрёдингера с NN-потенциалом Эйкемеера-Хакенбройха. В диссертации впервые построена соответствующая траектория для квадрата перенормированной вершинной константы.

В Третьей главе проводится рассмотрение характеристик систем Λ-ядро. Первый раздел посвящён Λ-гиперядрам, то есть связанным состояниям, а второй — различным аспектам получения низкоэнергетических параметров рассеяния системы Λ-ядро.

В последнее время в ряде научных лабораторий обсуждаются и планируются возможные эксперименты по рождению релятивистских гиперядер и исследованию вызванных ими реакций, для анализа которых будет важно иметь информацию о значениях ВК для отделения гиперона от гиперядра. В связи с этим в данной главе рассчитаны ВК и АНК (а также среднеквадратичные радиусы) для основных и возбужденных состояний ряда гиперядер в широком интервале массовых чисел. В рассматриваемом случае, когда в качестве фрагментов B и C выступают Λ-гиперон и ядро-остов, комбинаторный коэфициент в выражении, связывающем ВК и АНК, $N_{BC} = 1$. Отметим, что ВК и АНК для гиперядер ранее не рассчитывались. Взаимодействие Λ-гиперона с ядром-остовом описывалось потенциалами Вудса-Саксона (V_{ws}), Хюльтена (V_h) и Юкавы (V_y). Ввиду слабой спиновой зависимости ΛN-сил и недостаточной экспериментальной информации о характеристиках гиперядер, мы, как и в ряде других работ (например, [21]), ограничились центральным взаимодействием между Λ-гипероном и ядром-остовом. Для нахождения характеристик гиперядер использовалась специально разработанная программа, позволяющая получить решение радиального уравнения Шрёдингера для произвольных локальных потенциалов (включая кулоновский) и выдающая целый ряд параметров системы, в том числе, энергию связи, волновую функцию, среднеквадратичный радиус и АНК. Соответствующие ВК находились по формуле (4) с $N_{BC} = 1$. Для s-состояний в потенциале Хюльтена, для волновых функций которых существуют аналитические решения, было проведено сравнение численных и аналитических результатов, что позволило оценить надежность и точность программы. Для двухпараметрических потенциалов Хюльтена и Юкавы получены ограничения сверху на значения безразмерной величины $\alpha = \varkappa^2\langle r^2\rangle$, где $\varkappa^2 = 2\mu\varepsilon$, ε — энергия связи Λ-гиперона, μ — приведенная масса Λ-гиперона и ядра-остова, $\langle r^2\rangle^{1/2}$ — среднеквадратичный радиус Λ-гиперона.

В случае потенциала Хюльтена радиальное уравнение Шрёдингера для s-состояний имеет аналитическое решение [8, 22]. В диссертации доказано, что возможные значения величины $\alpha = \varkappa^2\langle r^2\rangle$ для состояний с главным квантовым числом $n = 1$ и 2 ограничены неравенствами:

$$1/2 \leqslant \alpha < 3. \tag{18}$$

Высказывается предположение, что данное неравенство будет выполняться и для произвольного значения главного квантового числа n.

Наличие аналитического решения для потенциала Хюльтена позволяет проверить точность численного решения уравнения Шрёдингера. В диссертации произведена такая проверка. Результаты, полученные численным методом и из аналитических выражений, совпали с высокой точностью.

В разделе 3.2, посвящённом низкоэнергетическим параметрам рассеяния системы Λ-ядро, значения длины рассеяния a и эффективного радиуса r_e были получены с использованием различных подходов: на основании данных о связанных состояниях и путём непосредственного решения уравнения Шрёдингера для системы Λ-ядро в области положительной энергии.

Получение низкоэнергетических параметров рассеяния на основании данных о связанных состояниях опирается на предположение о справедливости приближения эффективного радиуса в стандартной форме в области отрицательной энергии (мнимого импульса). Данное предположение позволяет получить достаточно простые выражения для a и r_e:

$$a = \frac{2}{\varkappa(1 + 1/\widetilde{C}^2)}, \qquad r_e = \frac{1 - 1/\widetilde{C}^2}{\varkappa}. \tag{19}$$

Основываясь на этих выражениях, можно вычислить низкоэнергетические параметры рассеяния, что и проделано в диссертации.

Поскольку значения низкоэнергетических параметров рассеяния, полученные на основании данных о связанных состояниях, являются ориентировочными, были проведены вычисления этих же параметров путём решения уравнения Шрёдингера для положительной энергии сталкивающихся частиц (раздел 3.2.3).

Основная масса расчётов в этом разделе выполнена для потенциала Вудса-Саксона. Фазы рассеяния находились путём численного решения уравнения Шрёдингера с использованием пакета программ. Для лёгких ядер-мишеней (до ^{15}O) с увеличением массового числа и энергии связи ε отличие приближенных значений a и r_e от “точных” нарастает, и в области $\varepsilon \approx 11$ МэВ низкоэнергетические параметры рассеяния, полученные разными способами, перестают коррелировать между собой. Для тяжёлых систем ($\Lambda+{}^{39}$Ca, ^{88}Zr и ^{207}Pb) при заданных параметрах потенциала Вудса-Саксона связанными оказываются не только основные s-состояния ($1s$), но и возбуждённые: ($2s$) для ${}^{40}_{\Lambda}$Ca, ${}^{89}_{\Lambda}$Zr и ($2s$), ($3s$) — для ${}^{208}_{\Lambda}$Pb. Очевидно, что имеет смысл сравнивать точные значения a и r_e с соответствующими параметрами, найденными путем подгонки характеристик связанных s-состояний, наиболее близких к порогу (т. е. с максимальным главным квантовым числом). Эти энергии попадают в области сходимости разложения эффективного радиуса для соответствующих гиперядерных систем. Однако различия между точными и приближенными значениями оказываются довольно значительными и нарастают с ростом массового числа гиперядра. При этом, если для легких гиперядерных систем точные значения a и r_e ниже приближенных, то у тяжелых гиперядерных систем ситуация противоположная: точные значения выше приближенных. Различия между значениями точных и приближенных параметров максимальны в случае $\Lambda+{}^{207}$Pb. Их корреляция с ε для состояний $2s$ оказывается противоположной по сравнению с легкими гиперядрами, у которых основное состояние отвечает уровню $1s$. Для систем $\Lambda + {}^{39}$Ca, $\Lambda + {}^{88}$Zr различие точных и приближенных параметров a и r_e не очень велико, хотя и превышает 30%. Для $\Lambda + {}^{207}$Pb соответствующие параметры различаются примерно в два раза.

В случаях двухпараметрических потенциалов Юкавы и Хюльтена ситуация кардинально отличается от случая потенциала Вудса-Саксона (напомним, что параметры этих потенциалов подгонялись по характеристикам связанных состояний, рассчитанным с потенциалом Вудса-Саксона). Оба эти потенциала относятся к классу экранированных кулоновских, то есть вблизи нуля они ведут себя так же, как и кулоновский потенциал, а на больших расстояниях убывают экспоненциально. Значения низкоэнергетических параметров рассеяния, полученные для этих потенциалов путем решения уравнения Шрёдингера в континууме, сильно отличаются от соответствующих значений параметров, полученных на основании данных о связанных состояниях. Такое поведение связано с присутствием полюса $K(k^2)$ при положительной энергии $E = 0.65$ МэВ и 0.71 МэВ для потенциалов Юкавы и Хюльтена соответственно.

Четвёртая глава посвящена рассмотрению диаграмм вида "квадрат с диагональю" для ядерных процессов.

Исследование аналитических свойств амплитуд ядерных процессов позволяет получить важную информацию о характеристиках этих процессов. В принципе, знание положений сингулярных (особых) точек амплитуды и соответствующих "мощностей" (т. е. вычетов в полюсах и скачков на разрезах) позволяет с помощью теоремы Коши полностью восстановить амплитуду. Основную роль при этом играют ближайшие к физической области особенности. Удобным способом получения информации об особых точках амплитуд является изучение особенностей диаграмм Фейнмана, дающих вклад в данную амплитуду. В работе [6] был проведен анализ сингулярностей треугольных диаграмм (а также обобщенных треугольных диаграмм, содержащих внутренние петли), дающих вклад в формфактор для вершины виртуального распада $A \to B + y$. Этот анализ позволил установить существование "аномальной" асимптотики волновой функции ядра A в канале $B + y$. Найденная асимптотика существенно отличается от обычно принимаемой асимптотики, определяемой энергией связи ядра A по отношению к развалу на $B + y$. Как уже отмечалось ранее, знание вида асимптотики волновой функции и асимптотического нормировочного коэффициента (АНК), определяющего абсолютную величину асимптотического выражения, очень важно при анализе периферических ядерных реакций, протекающих на больших расстояниях между взаимодействующими фрагментами. Отметим ещё работу [23], в которой информация о положениях сингулярностей простейших диаграмм Фейнмана, наряду с уравнениями обратной задачи рассеяния, была использована для построения эффективных локальных потенциалов, описывающих взаимодействие между легчайшими ядрами.

Общая теория собственных особенностей диаграмм Фейнмана (то есть особенностей, в образовании которых принимают участие полюса пропагаторов всех виртуальных частиц на диаграмме) была развита Л. Д. Ландау [24]. Особые точки нерелятивистских одноконтурных треугольных и квадратных диаграмм изучались в работах [25, 26]. В настоящей работе рассмотрена следующая по сложности двухконтурная диаграмма типа "квадрат с диагональю".

В разделе 4.2 диссертации найдены положения сингулярностей по энергии различных диаграмм подобного типа, дающих вклад в парциальные амплитуды упругого рассеяния и реакций в соударениях $d + t$, $d + {}^6\mathrm{Li}$ и ${}^6\mathrm{Li} + {}^7\mathrm{Li}$. Сравнение найденных особенностей диаграмм типа "квадрат с диагональю" с особенностями полюсных и треугольных диаграмм для тех же процессов показало, что особенности диаграммы "квадрат с диагональю" лежат дальше от физической области, чем особенности (по крайней мере, ближайшие) этих более простых диаграмм.

В разделе 4.3 диссертации исследуются особые точки диаграммы "квадрат с диагональю" для вершинного формфактора, описывающего виртуальный развал ядра на два фрагмента. Указываются условия появления "аномальной" асимптотики интеграла перекрытия I_{ABy} для процесса $A \to B + y$.

В Заключении перечислены основные результаты диссертационной работы (см. разд. 1.3 на с. 5).

3 Список основных публикаций

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах.

- *L. D. Blokhintsev, A. A. Sudarenko, V. O. Yeremenko.* "On the diagram of the "square with a diagonal" type for nuclear processes". // LV National Conference on Nuclear Physics. Frontiers in the Physics of Nucleus. June 28–July 1, 2005, Saint-Petersburg, Russia. Book of abstracts. P. 220. Saint-Petersburg, 2005.

- *Л. Д. Блохинцев, В. О. Еременко, А. А. Сударенко.* "О диаграмме "квадрат с диагональю" для ядерных процессов". // Изв. РАН, сер. физ., 2006. Т. 70. № 2. С. 231–234.

- *Л. Д. Блохинцев, В. О. Еременко, Б. Ф. Иргазиев, Ю. В. Орлов.* "Вершинные константы (асимптотические нормировочные коэффициенты) и среднеквадратичные радиусы для гиперядер в потенциальной модели". // Тезисы докладов 56 Международной конференции по проблемам ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Саров. 4–8 сентября 2006 г. ИПК ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ". С. 34–35.

- *L. D. Blokhintsev, V. O. Yeremenko.* "On the determination of the vertex constants and asymptotic normalization coefficients". // The Sixth Intern. Conference "Modern Problems of Nuclear Physics". September 19–22, 2006, Tashkent, Republic of Uzbekistan. Inst. of Nucl. Phys. of Uzbekistan Academy of Sciences, 2006. Book of abstracts. P. 96–97.

- *Л. Д. Блохинцев, В. О. Еременко, Б. Ф. Иргазиев, Ю. В. Орлов.* "Вершинные константы (асимптотические нормировочные коэффициенты) и среднеквадратичные радиусы для гиперядер в потенциальной модели". // Изв. РАН, сер. физ., 2007. Т. 71. № 3. С. 423–429.

- *L. D. Blokhintsev, V. O. Yeremenko.* "Nuclear vertex constants and asymptotic normalization coeffitients". // LVII international conference on nuclear physics "Nucleus 2007". June 25–29, 2007, Voronezh, Russia. Book of abstracts. Saint-Petersburg. 2007. P. 67.

- *L. D. Blokhintsev, B. F. Irgaziev, Yu. V. Orlov, V. O. Yeremenko.* "Characteristics of Λ-hyperon–nucleus scattering within the potential model". // LVII international conference on nuclear physics "Nucleus

2007". June 25–29, 2007, Voronezh, Russia. Book of abstracts. Saint-Petersburg. 2007. P. 182.

- *Yu. V. Orlov, L. I. Nikitina, V. O. Yeremenko.* "Coulomb effects in resonance parameters". // LVII international conference on nuclear physics "Nucleus 2007". June 25–29, 2007, Voronezh, Russia. Book of abstracts. Saint-Petersburg. 2007. P. 216.

- *В. О. Еременко, Л. И. Никитина, Ю. В. Орлов.* "Вершинная константа для виртуального распада ядра на две заряженные частицы в теории эффективного радиуса". // Изв. РАН, сер. физ., 2007. Т. 71. № 6. С. 791.

Список литературы

[1] *Л. Д. Блохинцев, И. Борбей, Э. И. Долинский.* "Ядерные вершинные константы". // ЭЧАЯ. 1977. Т. 8. № 6. С. 1189.

[2] *A. M. Mukhamedzhanov, R. E. Tribble.* "Connection between asymptotic normalization coefficients, subthreshold bound states, and resonances". // Phys. Rev. C. 1999. V. 59. P. 3418.

[3] *A. M. Mukhamedzhanov, A. Sattarov, R. P. Schmitt, R. E. Tribble.* "Astrophysical factor for the radiative capture reaction $\alpha + d \to {}^6\mathrm{Li} + \gamma$". // Phys. Rev. C. 1995. V. 52. P. 3483.

[4] *J.-M. Sparenberg.* "Clarification of the relationship between bound and scattering states in quantum mechanics: Application to ${}^{12}\mathrm{C} + \alpha$". // Phys. Rev. C. 2004. V. 69. P. 034601.

[5] *Л. Д. Блохинцев.* "Асимптотика интегралов перекрытия ядерных волновых функций". // ЯФ. 1981. Т. 34. № 4. С. 944.

[6] *Л. Д. Блохинцев.* "Асимптотика волновых функций многонуклонных ядер в двухчастичных каналах". // Изв. РАН, сер. физ. 2001. Т. 65. № 1. С. 74.

[7] *В. де Альфаро, Т. Редже.* "Потенциальное рассеяние". М. Мир, 1966.

[8] *Р. Ньютон.* "Теория рассеяния волн и частиц". М. Мир, 1969.

[9] *К. Шадан, П. Сабатье.* "Обратные задачи в квантовой теории рассеяния". М. Мир, 1980.

[10] *L. M. Delves.* “Low-energy photodisintegration of H^3 and He^3 and neutron-deuteron scattering”. // Phys. Rev. 1960. V. 118. P. 1318.

[11] *W. T. H. van Oers, J. D. Seagrave.* “The neutron-deuteron scattering lengths”. // Phys. Lett. B. 1967. V. 24. № 11. P. 562.

[12] *J. S. Whiting, M. G. Fuda.* “Pole in $k \cot \delta$ for doublet, s-wave, n-d scattering”. // Phys. Rev. C. 1976. V. 14. P. 18.

[13] *И. В. Сименог, А. И. Ситниченко, Д. В. Шаповал.* “О разложении эффективного радиуса для дублетного nd-рассеяния”. // ЯФ. 1987. Т. 45. С. 60.

[14] *L. P. Kok.* “Accurate determination of the ground-state level of the ^{2}He nucleus”. // Phys. Rev. Lett. 1980. V. 45, P. 427.

[15] *Л. Д. Блохинцев, А. М. Мухамеджанов, А. Н. Сафронов.* “Кулоновские эффекты в ядерных реакциях с заряженными частицами”. // ЭЧАЯ. 1984. Т. 15. № 6. С. 1296.

[16] *Дж. Е. Браун, А. Д. Джексон.* “Нуклон-нуклонные взаимодействия”. (Пер. с англ.). М.: Атомиздат, 1979.

[17] *J. L. Russell Jr., G. C. Phillips, C. W. Reich.* “Scattering of alpha particles from helium”. // Phys. Rev. 1956. V. 104. P. 135.

[18] *Ю. В. Орлов.* “Дублетная кулоновско-ядерная длина pd-рассеяния и полюс функции эффективного радиуса из анализа современных данных”. // Изв. РАН. Сер. физ. 2005. Т. 69. № 1. С. 144.

[19] *Ю. В. Орлов, Ю. П. Оревков.* “Дублетная кулоновско-ядерная длина рассеяния и другие параметры функции эффективного радиуса для pd-рассеяния из анализа современных данных”. // ЯФ. 2006. Т. 69. № 5. С. 855.

[20] *A. Csótó, G. M. Hale.* “Search for excited states in ^{3}H and ^{3}He”. // Phys. Rev. C. 1999. V. 59. P. 1207; (Erratum) Phys. Rev. C. 2000. V. 62. 049901 (E).

[21] *I. Vidana, A. Polls, A. Ramos, M. Hjorth-Jensen.* “Hyperon properties in finite nuclei using realistic YN interactions”. // Nucl. Phys. A. 1998. V. 644. P. 201.

[22] *З. Флюгге.* “Задачи по квантовой механике”. Т. 1. М. Мир, 1974.

[23] *L. D. Blokhintsev, A. N. Safronov, A. A. Safronov.* “An approach to constructing long-range components of the local effective neutron-deuteron potential”. // Proc. 17^{th} Int. Conf. on Few-Body Problems in Physics. 2004. Elsevier B. V. Amsterdam. P. S82.

[24] *Л. Д. Ландау.* “Об аналитических свойствах вершинных частей в квантовой теории поля”. // ЖЭТФ. 1959. Т. 37. С. 62.

[25] *L. D. Blokhintsev, E. I. Dolinsky, V. S. Popov.* “Non-relativistic Feynman graphs and direct nuclear reactions”. // Nucl. Phys. 1963. V. 40. № 1. P. 117.

[26] *Л. Д. Блохинцев, Э. Труглик.* “Амплитуда нерелятивистской квадратной диаграммы”. // ЖЭТФ. 1967. Т. 53. № 6(12). С. 2176.

Еременко Василий Олегович

Аналитические свойства состояний непрерывного и дискретного спектра ядерных систем

Специальность 01.04.16:
физика атомного ядра и элементарных частиц

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Работа поступила в ОНТИ «25» сентября 2008 г.
Печать цифровая. Тираж 100 экз.
Заказ № Т-907

Отпечатано в типографии «КДУ»
Тел./факс: (495) 939-57-32. E-mail: press@kdu.ru